INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MARIA NEIDE FILHA

MOMENTOS INTERATIVOS COM PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: TECENDO CONHECIMENTOS SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO

JATAÍ
2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[x] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[ ] Produto Técnico e Educacional - Tipo: ___________________________________

Nome Completo da Autora: Maria Neide Filha
Matrícula: 20221020280100
Título do Trabalho: Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico

Autorização - Marque uma das opções

1. (   ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. (X) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data 31/03/2025 (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
(x) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Documento assinado digitalmente
gov.br
MARIA NEIDE FILHA
Data: 19/08/2024 17:28:29-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Jataí, 19/08/2024.
Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

MARIA NEIDE FILHA

MOMENTOS INTERATIVOS COM PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: TECENDO CONHECIMENTOS SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática
Linha de pesquisa: Fundamentos, metodologias e recursos para a educação para Ciências e Matemática
Sublinha de pesquisa: Educação Matemática

Orientador(a): Dra. Viviane Barros Maciel

JATAÍ

2024

Autorizo, para fins de estudo e pesquisa, para reprodução e divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio eletrônico ou convencional, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Neide Filha, Maria.
Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico [manuscrito] / Maria Neide Filha. - 2024.
329 f.; il.

Orientadora: Profa. Dra. Viviane Barros Maciel.
Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2024.
Bibliografias.
Apêndices.

1. Formação continuada. 2. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 3. Desenvolvimento do pensamento algébrico. I. Maciel, Viviane Barros. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F031/2024-2.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

MOMENTOS INTERATIVOS COM PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: TECENDO CONHECIMENTOS SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 28 de junho do ano de 2024, pela banca examinadora constituída por: Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel - Presidente da banca/Orientadora - Universidade Federal de Jataí - UFJ; Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes - Membro interno - Universidade Federal de Mato Grosso Sul - UFMS, e Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco - Membro externo - Universidade Federal de São Carlos - UFSCar. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê da estudante.

(assinado eletronicamente)
Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel
Presidente da Banca (Orientadora – UFJ)

(assinado eletronicamente)
Profª. Drª. Adriana Aparecida Molina Gomes
Membro interno (UFMS)

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco
Membro externo (UFSCar)

- **Adriana Aparecida Molina Gomes, Adriana Aparecida Molina Gomes - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (15461510000133)**, em 05/08/2024 23:24:52.
- **Klinger Teodoro Ciriaco, Klinger Teodoro Ciriaco - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Fundacao Universidade Federal de Sao Carlos (45358058000140)**, em 02/07/2024 13:47:33.
- **Viviane Barros Maciel, Viviane Barros Maciel - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ufj (35840659000130)**, em 02/07/2024 13:45:30.

AGRADECIMENTOS

"*Ele era um pássaro diferente de todos os demais: era encantado.*

Os pássaros comuns, se a porta da gaiola ficar aberta, vão-se embora para nunca mais voltar. Mas o pássaro da menina voava livre, e vinha quando sentia saudades... As suas penas também eram diferentes. Mudavam de cor. Eram sempre pintadas pelas cores dos lugares estranhos e longínquos por onde voava. Certa vez, voltou totalmente branco, cauda enorme de plumas fofas como o algodão..."

Diante desse recorte de "A menina e o pássaro Encantado", de Rubem Alves, postulo realizar meus agradecimentos. Opto por não citar nomes, por ter a liberdade de não o fazer e por compreender que, em todas as tentativas de voos e voando, sempre existiram/existem/existirão pessoas, dentro e fora do círculo familiar, que colaboraram/colaboram/colaborarão para minha história de vida, que me fazem refletir cotidianamente e repensar a continuidade da aventura de ser e estar neste mundo em busca da humanização.

Assim, agradeço a todas as pessoas que contribuíram para que eu alcançasse voos incríveis em todos os ambientes que frequentei. E também que me ensinaram a continuar tentando voar quando minhas asas estavam quebradas. Para poucos espaços, continuo voltando pela sensação de liberdade [mesmo sendo ilusória], por não precisar atender às expectativas de ninguém. Outros, continuo frequentando por questões de necessidade e sobrevivência. Procuro fugir de gaiolas de todos os tipos. Percebo, no entanto, que, de alguma forma, me vejo engaiolada, entre outras coisas, pelas estruturas subjetivas da *psiquê*, construídas em uma sociedade encarcerada no sistema capitalista, que destrói a singularidade, desrespeitando-nos enquanto sujeitos históricos, sociopolíticos e culturais que somos.

Agradeço às pessoas que cooperaram e cooperam para que o processo de humanização fosse contínuo e não linear. [Ainda bem] pois, em minha concepção, a linearidade é uma linha reta, e a vida tem muitas curvas, altos e baixos. Desse modo, se observarmos os batimentos cardíacos em um monitor, perceberemos que são constituídos de curvas, de altos e baixos, e, quando se torna uma linha reta, se anuncia o fim da vida.

Por fim, agradeço às pessoas que nunca desistiram de mim [elas sabem], mesmo eu tendo desistido. E que me trouxeram para este momento dessa escrita.

Muito obrigada!

Os ninguéns

As pulgas sonham em comprar um cão, e os ninguéns com deixar a pobreza, que em algum dia mágico de sorte chova a boa sorte a cântaros; mas a boa sorte não chova ontem, nem hoje, nem amanhã, nem nunca, nem uma chuvinha cai do céu da boa sorte, por mais que os ninguéns a chamem e mesmo que a mão esquerda coce, ou se levantem com o pé direito, ou comecem o ano mudando de vassoura.
Os ninguéns: os filhos de ninguém, os donos de nada.
Os ninguéns: os nenhuns, correndo soltos, morrendo a vida, fodidos e mal pagos:
Que não são embora sejam.
Que não falam idiomas, falam dialetos.
Que não praticam religiões, praticam superstições.
Que não fazem arte, fazem artesanato.
Que não são seres humanos, são recursos humanos.
Que não tem cultura, têm folclore.
Que não têm cara, têm braços.
Que não têm nome, têm número.
Que não aparecem na história universal, aparecem nas páginas policiais da imprensa local.
Os ninguéns, que custam menos do que a bala que os mata.

(Eduardo Galeano)

RESUMO

FILHA, M. N. **Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico. 2024. Dissertação de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. 2024.

A pesquisa em questão está vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) – Mestrado Profissional – do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí, junto à linha de pesquisa "Fundamentos, metodologias e recursos para a educação para Ciências e Matemática" e sublinha "Educação Matemática". Teve por objetivo analisar a compreensão de um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de momentos interativos. A metodologia, de natureza qualitativa com caráter descritivo-interpretativo, descreve a experiência das professoras que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Senador Canedo-Goiás, analisado a partir de momentos interativos realizados em formato presencial e remoto, ocorridos no primeiro semestre de 2023, na proposição de tarefas, em forma de episódios, que propõem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os instrumentos de produção de dados incluem: 1) questionário, contendo questões fechadas e abertas com cinco professoras, 2) observação-participante e 3) registros em vídeo/áudio dos episódios de interações presencial e remoto pelo *Google Meet*. Evidenciam-se dificuldades na realização dos momentos interativos, na proposição de formação continuada, em contexto global, como consequências do sistema capitalista na precarização das condições de trabalho. A busca por resultados quantitativos gera a inserção de uma política capitalista com aspectos neoliberais. Como realizar formação continuada se o trabalho ocupa a totalidade do tempo das docentes? A precarização do trabalho docente se consolida no controle do trabalho pedagógico por meio da padronização do currículo imposto pela BNCC, na cobrança por índices elevados em avaliações externas (Saeb) e com as políticas de responsabilização. Os resultados apontam que as professoras não tiveram formação inicial específica em relação à "álgebra" (somente nos anos finais do Ensino Fundamental). Assim, há necessidade de rever os currículos da Licenciatura em Pedagogia os quais contemplem os conhecimentos específicos, com formadores(as) com formação teórico/prática. As análises mostraram que a formação continuada, representada pelo produto educacional em momentos interativos, foi examinada através de quatro episódios. Dadas as limitações e desafios do pensamento algébrico, observou-se que há indícios de conhecimentos relacionados à "álgebra", como aritmética generalizada e pensamento funcional. Esses conhecimentos, no entanto, ainda precisam ser aprimorados para beneficiar a *práxis* pedagógica. Tais constatações apontam emergência de desafios em relação ao tema e em encontrar caminhos para sua realização, na direção de formação continuada: seja no interior das escolas, propiciada por políticas públicas, em grupos de estudos, com parcerias entre universidades. Esses elementos culminam em processos reflexivos das professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais ao repensarem suas práticas, promovendo tarefas que possam desenvolver o pensamento algébrico em estudantes.

Palavras-chave: Formação continuada; “Álgebra” nos anos iniciais do Ensino Fundamental; Desenvolvimento do pensamento algébrico.

ABSTRACT

FILHA, M. N. **Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico. 2024. Dissertação de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. 2024.

The research in question is linked to the Postgraduate Program in Science and Mathematics Education (PPGECM) - Professional Master's Degree - of the Federal Institute of Education, Sciences and Technology of Goiás, Jataí Campus, along with the research line “Foundations, methodologies and resources for Science and Mathematics education” and underline “Mathematics Education”. It aimed to analyze the understanding of a group of teachers in the early years of Elementary School in relation to the development of algebraic thinking based on interactive moments. The methodology, of a qualitative nature with a descriptive-interpretative character, describes the experience of teachers who teach in the early years of Elementary School at a public school in Senador Canedo-Goiás, analyzed from interactive moments carried out in person and remotely, which took place in the first semester of 2023, in the proposition of tasks, in the form of episodes, that propose the development of algebraic thinking. The data production instruments include: 1) a questionnaire containing closed and open questions with five teachers, 2) participant observation, and 3) video/audio recordings of episodes of face-to-face and remote interactions via Google Meet. Difficulties in carrying out interactive moments and in proposing continuing education in a global context are evident, as consequences of the capitalist system in the precariousness of working conditions. The search for quantitative results generates the insertion of a capitalist policy with neoliberal aspects. How can continuing education be carried out if the work takes up all of the teachers' time? The precariousness of teaching work is consolidated in the control of pedagogical work through the standardization of the curriculum imposed by the BNCC, in the demand for high indexes in external evaluations (Saeb), and with accountability policies. The results indicate that the teachers did not have specific initial training in relation to “algebra” (only in the final years of Elementary School). Therefore, there is a need to review the curricula of the Bachelor's Degree in Pedagogy, which include specific knowledge, with trainers with theoretical and practical training. The analyses showed that continuing education, represented by the educational product in interactive moments, was examined through four episodes. Given the limitations and challenges of algebraic thinking, it was observed that there are indications of knowledge related to “algebra”, such as generalized arithmetic and functional thinking. This knowledge, however, still needs to be improved to benefit pedagogical practice. Such findings point to the emergence of challenges in relation to the topic and in finding ways to carry it out, in the direction of continuing education: whether within schools, provided by public policies, in study groups, with partnerships between universities. These elements culminate in reflective processes of teachers who teach Mathematics in the early years when rethinking their practices, promoting tasks that can develop algebraic thinking in students.

Keywords: Continuing training; “Algebra” in the early years of Elementary School; Development of algebraic thinking.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ORGANOGRAMAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE DIAGRAMAS

LISTA DE TABELA

LISTA DE SIGLAS

AEE - atendimento educacional especializado

ATD - Análise Textual Discursiva

BIRD - Banco Internacional de Reconstrução e Desenvolvimento

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CAAE - Certificado de Apresentação de Apreciação Ética

CAFe - Comunidade Acadêmica Federada

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CCK - *Common Content Knowledge*

CEBRAV - Centro Brasileiro de Reabilitação e Apoio ao Deficiente Visual

CNE - Conselho Nacional de Educação

COVID - Corona Vírus Disease

DCGO - Documento Curricular para Goiás

DCNP - Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Licenciatura em Pedagogia

EA - *Early* álgebra

ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de ensino

GD1 - Grupo de discussão 1

GEPPEDH-MAT - Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Educativos e Perspectiva Histórico-cultural

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

ICMS - Imposto sobre Circulação De Mercadorias e Serviços

IDEGO - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IFG - Instituto Federal de Goiás

IFSul - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense

IME - Faculdade de Matemática e Estatística

KCT - *Knowledge of Content and Teaching*

KCS - *Knowledge of Content and Student*

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC - Ministério da Educação e Cultura

MKT - *Mathematical Knowledge for Teaching*

NCTM - National *Council of Teachers of Mathematics*

OCDE - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PAD - Problema Desencadeador de Aprendizagem

PCK - *Pedagogical Content Knowledge*

PCN - Plano Nacional de Educação

PEMIE - Professores que ensinam Matemática no início da escolarização

PNAD - Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios

PNAIC - Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PPGECM - Programa de pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SCK - *Specialized Content Knowledge*

SDA - Situações Desencadeadoras de Aprendizagem

SMK - *Subject Matter Knowledge*

TCLE – Termo de Conduta Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> O professor é a pessoa. E uma parte importante da pessoa é o professor. Urge por isso (re)encontrar espaços de interação entre as dimensões pessoais e profissionais, permitindo aos professores apropriar-se dos seus processos de formação e dar-lhes um sentido no quadro das suas histórias de vida (Nóvoa, p. 13, 1992).

Com essa proposição importante de Nóvoa (1992), de que não se pode separar o professor da pessoa e vice-versa, tendo o entendimento de que somos seres transdisciplinares, indivisíveis, ou seja, contrário à fragmentação, inicio a narrativa da minha trajetória de vida, pontuando minhas escolhas.

Nasci e cresci na Fazenda Mato Seco, município de Pirenópolis, interior de Goiás. Minha vivência, agraciada pelo contato com a natureza, se encerrou aos nove anos de idade, quando meus pais decidiram que eu, meu irmão e minhas irmãs deveríamos nos mudar para Goianésia - Goiás para que pudéssemos estudar, pois a escola da fazenda oferecia estudo somente até a 4ª série primária (atual 5º ano do Ensino Fundamental).

Não sei por qual motivo não frequentei a escola da fazenda. O fato é que iniciei minha vida escolar aos nove anos, em 1976, em Goianésia. De acordo com meu boletim escolar, não cursei o pré-primário, que era o normal naquela época. Cursei a 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries primárias na Escola Municipal Felipe Camarão Poty. As etapas seguintes, de 5ª até à 8ª série do Ensino Fundamental e 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio, cursei no Colégio Estadual Jalles Machado, um colégio dirigido por freiras.

As aulas de Ensino Religioso sempre me sensibilizaram. Sendo eu uma pessoa extremamente tímida, era um consolo para minha alma, que não conseguia se expressar. Em 1984, no 1º ano do Ensino Médio [nessa época chamado de Científico], as freiras me convidaram para participar de encontros de preparação, destinados a quem almejasse seguir a vida religiosa. Durante três anos, participei desses momentos e, convencida de que queria ser freira, com 19 anos e tendo concluído o 3º ano do Ensino Médio, faltando terminar o 3º ano do Magistério (por orientação das freiras, cursava o Científico no período matutino e o Magistério no noturno), fui para o convento em Volta Redonda, Rio de Janeiro.

Como a Congregação era voltada para a educação, estudava de manhã, para concluir o 3º ano de Magistério e, à tarde lecionava a disciplina Ensino Religioso para as crianças no colégio das freiras. Essa fase foi extremamente difícil, pois não tinha experiência com didática, metodologia e, longe da família, tudo se tornava muito complicado e as dificuldades eram ampliadas.

A experiência como aspirante a freira durou um ano. Assim, percebi que a vida religiosa não era para mim. Havia muitas pessoas para dar “palpites” em minha vida, ansiava demais por liberdade, me sentia como um robô que só acatava ordens. E madrugar todos os dias para “rezar”, realmente, não estava em meus planos, não fazia sentido. Em 1988, deixei o convento e voltei para Goianésia. As freiras me convidaram para lecionar, no colégio onde estudei desde os anos finais do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Nesse tempo, era comum lecionar somente com o Ensino Médio, sem concluir a graduação. Nessa trajetória, lecionei as disciplinas Matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental, e Química geral para os 1os anos de Contabilidade e Magistério, cursos profissionalizantes. Eu era muito dedicada e os(as) estudantes diziam apreciar as aulas. Lembrando daqueles tempos, no entanto, fico me perguntando se era coragem ou falta de juízo trabalhar com essas disciplinas, tendo somente o Ensino Médio. Com a consciência que tenho hoje, jamais o faria novamente. Entendo que a formação é primordial para que possamos nos tornar professores(as), que teoria e prática são indissociáveis, que é necessário nos apropriarmos de vários conhecimentos para ser professor(a), conhecimentos do conteúdo, de metodologias, currículo. Naquela época, porém, não tinha esse entendimento.

Nesse momento, minha vida se resumia a trabalhar. Houve uma ocasião em que trabalhava nos três turnos. No matutino e no noturno, lecionava no colégio que era de esfera estadual e, no vespertino, em nível municipal [concursada], na 4ª série do Ensino Fundamental, em escola da prefeitura. Foram tempos em que participei de muitas lutas, greves, paralisações em defesa da escola pública e de qualidade. Isso porque a educação, historicamente, nunca foi prioridade de nenhum governo, ocorrendo somente nos discursos e plataformas eleitoreiros durante as eleições, ou seja, políticas de governo e não de Estado.

Entrei para as estatísticas de jovens que trabalhavam e não estudavam e, diante de circunstâncias adversas, colocavam os estudos em segundo plano. Durante sete anos, trabalhei sem parar, porém a angústia e a insatisfação eram constantes. O desejo por conhecimento, por cursar uma faculdade, preenchia a totalidade dos pensamentos. A insatisfação era tanta que abandonei, deixei a educação, e fui trilhar outros caminhos.

Fui em busca de descobrir o que queria. Pedi exoneração na prefeitura e no estado [já era efetiva também], mudei-me para a capital, Goiânia, sendo, diante dessas decisões, chamada de “louca”. Depois de onze anos sem estudar, no final de 1996, passei para Ciências da Computação na primeira fase do vestibular da Universidade Federal de Goiás (UFG), mas, infelizmente, não consegui passar na segunda fase, pois era um curso concorridíssimo à época.

Realizei outro vestibular na Faculdade Objetivo, também para Bacharel em Ciências da Computação, o qual cursei durante quatro anos, de 1997 a 2000. Hoje, entendo que me deixei levar pelo curso que estava em voga no momento. Em 1998, minha filha nasceu. Estudar grávida e, depois, continuar com uma filha pequena foram desafios e tanto, em um curso que exigia o máximo de todos(as) nós, e que a média mínima era 7,5. Entre amamentação, levar filha para a faculdade, muitos algoritmos, cálculos e linguagem de programação, terminei a faculdade exausta. Foram quatro anos de muito estudo e a compreensão de que esta profissão não era para mim.

Continuava angustiada, pois o saldo resultante dessa jornada, para mim, foi que esforços, sacrifícios e noites em claro não valeram à pena. Profissão, carreira, quem escolhe quem? Pode parecer frase de efeito, mas, no meu caso, a profissão me escolheu e, digo mais, a educação me salvou. Tentei fugir de todas as maneiras. Tinha necessidade de trabalhar somente um turno, pois, com filha pequena, que dependia de muitos cuidados e, imaginem, na condição de mãe de primeira viagem, tinha muitos medos. Assim, em 2002, passei no concurso, nível médio (Técnico em Magistério), em Senador Canedo, cidade distante 23 km de Goiânia. Trabalhava no mesmo horário em que minha filha Verônica, então com três anos, estudava.

A escola em que fui trabalhar [e que trabalho até o momento] oferecia a etapa primeira fase do Ensino Fundamental (1ª à 4ª série). No primeiro contato com a gestora, descobri que a escola era muito carente, como tantas outras no Brasil, tanto em estrutura física, quanto em material para funcionamento. O único computador que havia na unidade estava estragado. Consegui colocá-lo para funcionar e a gestora me convidou para assumir a função de auxiliar de coordenação.

A profissão exigia que continuasse me aprimorando, buscando mais conhecimentos para a prática diária. Entrei em um programa de Complementação Pedagógica em uma faculdade privada. A turma era composta por vários(as) professores(as) bacharéis e necessitavam de obter o título de licenciados(as). Assim, a Matemática pontuada no curso estava atrelada à didática, ministrada por pedagogas, e seu desenvolvimento ocorria na prática, sem nenhum aporte teórico. A metodologia se resumia a cada grupo apresentar um conteúdo, direcionado a uma determinada série, e os saberes pedagógicos eram avaliados. Concluí o curso de Licenciatura em Pedagogia em 2005. O entendimento era de que, com esta formação, estaria apta para minha prática em sala de aula. Mero engano. A jornada continuou.

Em 2008, a escola em que trabalho passou a oferecer a etapa Educação Infantil, a pré-escola, e, em 2017, também o segmento de creche, sem nenhuma estrutura para comportar as crianças em período integral. Até hoje, lutamos para que haja reforma, como foi prometido, e que não continue sendo um improviso.

A Educação Infantil se tornou uma paixão; aprendo muito com as crianças. Em minha atuação nessa etapa, princípios de contagem e sequência se fazem presentes nas atividades propostas por meio de histórias, músicas, brincadeiras e com a utilização de materiais concretos, priorizando, nessas intervenções, a oralidade, os gestos, a imaginação e a criatividade.

Continuei estudando e fiz alguns cursos *Lato* sensu, sempre objetivando aprimorar minha carreira profissional. Em 2012, participei de um processo seletivo e engajei-me em uma especialização em Educação Matemática, na Faculdade de Matemática e Estatística (IME) da UFG. Nessa especialização, os(as) participantes eram licenciados(as) em Matemática, somente eu era pedagoga. Comecei a perceber que, até mesmo na educação, os(as) pedagogos(as) eram discriminados(as). Um colega relatou que éramos “conhecidos(as)” como as responsáveis pelo mural, as protagonistas do E.V.A. No final da especialização, esse mesmo colega disse que havia mudado a concepção que tinha a respeito de pedagogos(as) por minha causa. Fiquei contente, no entanto, em outros espaços que frequentava, o olhar direcionado aos(as) pedagogos(as) ainda era carregado de discriminação.

Declaro aqui que, como pedagoga, sentia uma crise identitária. Qual minha especialidade? Quais as vantagens e desvantagens em ser uma professora polivalente? Não sabia responder. A questão da polivalência sempre me incomodou. Em relação à especialidade, esta ficou resolvida a partir do contato com teóricos, como D’Ambrosio, Nicolescu, Morin, ao procurar entender a respeito da transdisciplinaridade, teoria do 3º termo incluído, teoria da complexidade. Quanto à polivalência, entendo que a visão ampla é favorável, no entanto, necessita de maior aprofundamento em todos os aspectos, tanto do ponto de vista teórico-metodológico, como específico. Como professora na Educação Infantil, o ambiente é favorável para desenvolver a transdisciplinaridade como princípio educativo.

Continuei a minha trajetória, afinal, parar não era uma opção. E, neste caminhar, fui em busca dessa identidade. Assim, em 2016, prestei vestibular para Licenciatura em Matemática na UFG. Cursava poucas disciplinas e tranquei três vezes, pois era difícil conciliar o trabalho, que exigia muita dedicação e várias demandas. No curso, observei pouca articulação entre as disciplinas pedagógicas e específicas. Havia estudantes que deixavam para cursar as disciplinas didático-pedagógicas no final do curso por não valorizarem esse aspecto. Devido ao meu trabalho como professora de Educação Infantil, no entanto, valorizava bastante esses momentos. Quanto aos conhecimentos específicos, percebo que aprendi pouco sobre a chamada “Matemática pura”. As disciplinas e as tarefas que eram cobradas e realizadas ocorriam de forma mecânica. Mesmo assim, com muito esforço, conseguia avançar para outro semestre. Vários conceitos deveriam/poderiam ter sido aprendidos, mas não foram absorvidos por mim. Alguns não foram proporcionados durante o curso; outros, faltou-me percepção de sua importância e também dificuldades de entendimento/assimilação. Mesmo tendo concluído a licenciatura em Matemática, não me sinto preparada para esta pesquisa. Durante toda minha trajetória escolar, sempre tive dificuldades em Matemática, apesar de apreciá-la, pois me levava a refletir, a me movimentar e, por isso mesmo, sempre procurava estar em contato. Enfim, concluí o curso no período da pandemia da COVID-19, no primeiro semestre de 2022.

Na especialização, em Educação Matemática, o desejo de avançar verticalmente foi despertado. De 2012 a 2022, participei de cinco processos seletivos para mestrado, sempre reprovada na entrevista, na arguição. Não sou primada na arte da escrita, mas, diante dos resultados, entendo que sou ainda pior na oralidade. Esses processos não foram consecutivos. Quando era reprovada na fase final, ficava anos sem tentar novamente. Imaginava que reprovava porque não era boa o suficiente, e ainda tenho essa concepção. São resquícios de uma subjetividade construída em contexto de um sistema capitalista excludente.

Quando pensava em desistir de vez, em 2022, na sexta entrevista, passei no mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM), no IFG de Jataí-GO. Quando verifiquei o resultado final, fiquei feliz e, ao mesmo tempo apreensiva, com medo de não conseguir concluir. Quando iniciei o mestrado profissional, estava cursando o último semestre do curso de licenciatura em Matemática, finalizando duas disciplinas, o que foi outro desafio.

No mestrado, cursei várias disciplinas, entre obrigatórias e optativas, que ocorriam aos finais de semana e, para participar, tinha que me deslocar de Goiânia para o IFG-Jataí, distante 326 km. Houve semestres que tive atividades nos três turnos (matutino, vespertino e noturno). Assim, por conta do trabalho e das exigências das disciplinas, devido ao cansaço, o colega que estava dirigindo o veículo, em um desses deslocamentos, dormiu e ocorreu um acidente. Houve perda total do veículo. Felizmente, meu colega não se machucou. Eu não tive tanta sorte: tive lesão [achatamento] na coluna vertebral, o cóccix quebrou em vários pedaços e houve fratura em duas vértebras da coluna. O processo de recuperação foi longo e doloroso, mas necessário.

Passei por banca de seminário e submissão da pesquisa ao Comitê de Ética, que exigiram projetos diferenciados para cada etapa. Conheci mestrandos(as), doutorando(as) que também estavam apreensivos(as) assim como eu, professores(as) comprometidos(as). Minha orientadora se tornou grande amiga, incentivadora e parceira nessa aventura, que é pesquisar, fazer pesquisa, enquanto trabalha. O tempo e as lacunas na formação são insuficientes para dar conta de tantas demandas.

Como estudante e durante minha trajetória nas funções de professora e coordenadora, observava como estudantes e professores(as) tinham dificuldades em relação à compreensão dos saberes matemáticos. De onde veio o interesse pela álgebra nos anos iniciais? O interesse pelo ensino-aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental surgiu no estágio de Licenciatura em Matemática, realizado em 2019, com crianças cegas, de 8 anos, em aulas de apoio à disciplina de Matemática, no Centro Brasileiro de Reabilitação e Apoio ao Deficiente Visual (CEBRAV), em Goiânia.

Além disso, o ensino de álgebra nos anos iniciais foi incorporado ao currículo a partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 20 de dezembro de 2017, pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC). Com a BNCC, as orientações para um currículo mínimo, as competências e as habilidades "fundamentais" que os(as) estudantes deveriam desenvolver ao longo da educação básica ficavam estabelecidas. Essa foi a temática pela qual me interessei em estudar na pós-graduação. E assim questionamentos surgiam: Qual foi o preparo que os(as) professores(as) receberam para ensinar álgebra ou, ainda, qual era o planejamento para adequar as práticas pedagógicas às orientações curriculares?

As discussões a respeito da BNCC (Brasil, 2018) têm sido recorrentes desde o início de sua elaboração, em 2014. Com a "orientação" de que o(a) professor(a) deve ensinar cada "unidade temática", sinalizando os "objetivos de conhecimento", "competências" e as "habilidades", essas expressões e termos utilizados no documento têm recebido várias críticas de professores(as), educadores(as) matemáticos, gestores(as) e pesquisadores(as) quanto à sua forma de construção e implementação por estarem diretamente conectados aos interesses dos empresários capitalistas que os sustentam. Para Cássio (2018), a BNCC é um projeto que foi elaborado levando em consideração os princípios da pedagogia das competências, as quais foram a base dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos anos de 1990.

Apesar do movimento de muitos(as) educadores(as) contra a implantação da nova base curricular (uma vez que a entrada de um novo grupo, formado por especialistas e empresários, interrompeu um diálogo com educadores(as) matemáticos(as) que já estava em andamento), com sua homologação, ela passou a ser referência para as orientações curriculares prescritas nos currículos das escolas brasileiras.

Nesse documento, a presença da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental ganhou destaque. As unidades temáticas na área de Matemática foram divididas em Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra, Probabilidade e Estatística. Anterior à Base, nos

PCN (Brasil, 1997), embora façam menção a uma pré-álgebra que poderia ser desenvolvida nos anos iniciais, sua abordagem explícita era direcionada aos anos finais do Ensino Fundamental, ou seja, da 6ª à 8ª séries (atual 7º a 9º anos).

Apesar de o documento apresentar os objetos de conhecimento, como um rol de "conteúdos" prescritos, não há nenhuma orientação didática ou pedagógica ao (à) professor(a). Ainda que muitos(as) professores(as) não tenham acesso a essa discussão nos seus cursos de formação inicial, pois somente agora o tema veio mais claramente prescrito, Radford e Moretti (2021) acreditam que há um descompasso acerca da álgebra indicada para ser ensinada na BNCC e as práticas pedagógicas necessárias para seu ensino. As razões desse descompasso se justificam pelas variadas indicações de pesquisa e prática docente a quais postulam que a prescrição desses conteúdos não se traduz em orientações didático-pedagógicas e ignoram a questão da formação docente desse(a) professor(a).

É nesse cenário, conforme apontam Passos e Nacarato (2018, p. 119), que, na maior parte dos casos, as atividades dos(as) professores(as) têm se "[...] limitado a atender as demandas e prescrições que chegam, não havendo tempo para discussão e reflexão". As autoras destacam que não lhes é dado o direito de opinar e que esses(as) profissionais são pouco valorizados(as), resultando em desânimo e desesperança. Em decorrência desse panorama, torna-se importante buscar respostas de como esses(as) profissionais irão ensinar um conteúdo sobre o qual não tiveram formação inicial.

Mesmo acreditando que seja responsabilidade do Estado a promoção de uma educação continuada de qualidade, isso não exclui as instituições escolares de promovê-la nos planejamentos, exigi-la dos órgãos competentes e dos(as) professores(as) ao propor temas que vão contribuir nas ações concretas em sala de aula. Os(as) "responsáveis" pela elaboração das políticas públicas não levam em conta os atores que realizam esse trabalho, desconsiderando os conhecimentos pedagógicos, de conteúdo, experiências e os vários contextos em que estão inseridos. Assim, ouvir o que os(as) professores(as) em atuação compreendem sobre essa "nova" unidade temática é importante para a efetivação, de fato, desses conteúdos, proporcionando formação adequada, no sentido de amenizar as lacunas no aprendizado desse conhecimento específico.

Cássio (2019, p. 34) corrobora com essas ideias ao destacar que a BNCC "[...] responde ao ideal de centralização curricular dos grupos que a sustentam, ensejando um maior controle sobre o trabalho pedagógico via material didático e avaliações em larga escala". Libâneo (2020) enfatiza essa ideologia ao direcionar a atenção para o que configura uma educação de resultados, que é

> [...] definida a partir de critérios econômicos, em que a escola visa fornecer conteúdos mínimos necessários ao trabalho e emprego, expressos em competências de tipo instrumental avaliados por testes padronizados, e um tipo de formação de atitudes e valores para contenção de conflitos sociais. [...]. Em síntese, na perspectiva da educação de resultados, escola justa é a que distribui a todos um currículo "mínimo", tendo por base competências e habilidades mínimas para o trabalho, aferidas por testes padronizados, em associação com ações socioeducativas visando a socialização e integração social. O indivíduo é tomado como fator de produção econômica, desvinculado de suas condições sociais, culturais e materiais de vida, numa visão reducionista de formação humana (Libâneo, 2020, p. 820).

Desse modo, sob o ideário ilusório de promover uma educação igualitária para todos, com "direitos à aprendizagem", a Base se tornou uma exigência nos planos de aula de professores(as) de todo Brasil. As rodas da mudança foram colocadas em movimento antes mesmo de sua aprovação. Cássio (2019, p. 25) salienta que "a confiança na aprovação da Base era tanta, que a sua implementação nas redes de ensino foi disparada desde muito antes da homologação do texto pelo MEC" e amplia as críticas ao destacar que os direitos de aprendizagem "[...] reorientam o enfoque das políticas educacionais para dentro das escolas, mais especificamente para o trabalho de professores. Estes passam a ser, em substituição ao Estado, os responsáveis pelo "fracasso" diagnosticado nas avaliações externas censitárias" (Cássio, 2019, p. 33).

O processo de ensinar não é desvinculado da aprendizagem, envolve conhecimentos teórico-metodológicos e práticos que concretizam a *práxis* do(a) professor(a). Nesse processo, a formação inicial do(a) professor(a) atuante nos anos iniciais, a maioria pedagogos(as), é um tema que tem seu lugar na pesquisa acadêmica em educação, pois a atividade pedagógica tem forma, conteúdo e destinatário e os processos de ensino e aprendizagem dos múltiplos saberes, nos diferentes contextos. Pontuamos "saberes" em sentido amplo, defendido por Tardif (2000), englobando os conhecimentos, as competências (ou aptidões) e as atitudes, apontado como saber, saber-fazer e saber-ser. Contempla, portanto, o ser humano como um todo, a trajetória de vida, de experiência, de vivência e aprendizado em diversos contextos, sendo necessário estudar a gama dos mobilizados e utilizados pelos(as) professores(as) nas práticas profissionais. É no cotidiano, na prática, no fazer, que se estima, redefine, ressignifica e o reconstrói.

Além disso, a formação de professores(as) nos anos iniciais tem feito parte de estudos (Curi, 2021; Gatti 2010; Libâneo, 2015; Martins, Nacarato, Moretti, 2023; Passos, Nacarato, 2018; Ponte, Branco, 2013; Saviani, 2009, dentre outros) que apontam limitações dos conhecimentos específicos ministrados nas disciplinas dos cursos de Licenciatura em

Pedagogia, levando em conta a dicotomia entre conhecimentos didático-pedagógicos e específicos. Assim, frente à Matemática prescrita no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental e ao curto prazo de desenvolvimento dessas disciplinas na formação inicial, geralmente de um a dois semestres, o tempo torna-se insuficiente à contemplação desses saberes, deixando lacunas que irão comprometer a prática pedagógica do(a) professor(a) que atuará na educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em se tratando das limitações de conhecimentos matemáticos apontados com relação à formação inicial, autores(as) como Canavarro (2007), Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), Lima; Bianchini (2017); Ferreira (2017) têm salientado a importância da iniciação da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no desenvolvimento do pensamento algébrico. Blanton e Kaput (2005) destacam ser essencial o desenvolvimento do pensamento algébrico nessa fase (também defendido na BNCC). Observam, no entanto, que este só será potencializado em diferentes dimensões se os(as) professores(as) se apropriarem de conhecimentos específicos diretamente ligados à generalização e ao pensamento algébrico. Em decorrência dessa problemática, cabe responder a seguinte questão: Quais conhecimentos em relação à "álgebra" as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Senador Canedo têm para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de Matemática?

Conforme apontado na BNCC, o desenvolvimento desse "[...] tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas [...]" (Brasil, 2018, p. 270). Uma das justificativas de sua elaboração é a prescrição de um currículo mínimo a ser ensinado na escola. Assim, a responsabilidade do ensino desse currículo "mínimo", que por vezes não considera formação e opinião de professores(as) que atuam nos anos iniciais e desconsidera os diferentes contextos sociais e culturais, recai no(a) professor(a), alvo de constantes críticas diante dos resultados das avaliações em grande escala. Nessa perspectiva, direcionam-se vários questionamentos em relação às políticas públicas, à organização do ensino, à carga horária dedicada aos diversos componentes curriculares, ao currículo mínimo propriamente dito, às ementas das disciplinas, às metodologias, entre outros.

Na busca por respostas para elucidar a questão-problema, propomos, como objetivo geral, analisar a compreensão de um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de momentos interativos. Esse objetivo geral se desdobra em três objetivos específicos, a saber:

1. Verificar a compreensão das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre a unidade temática “álgebra”, conforme a Base Nacional Comum Curricular;
2. Evidenciar indícios de conhecimento das professoras sobre o pensamento algébrico durante os momentos interativos;
3. Mobilizar reflexões com as professoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Propor uma formação continuada às professoras é sempre algo que nos faz pensar se não estamos lhes transferindo a responsabilidade pela busca de conhecimentos que não compuseram sua formação inicial. Assim, é importante refletir sobre os aspectos da formação de professores no Brasil, principalmente nos cursos de Licenciatura em Pedagogia.

1.1 Aspectos da formação de professores(as) e das Licenciaturas em Pedagogia no Brasil

No Brasil, o privilégio de estudar desponta desde a chegada dos jesuítas, como ressalta Saviani (2011). Naquele momento, a educação se destinava à elite hegemônica de cada época. Historicamente, a educação, por um lado, perpetua o *status quo* dessa elite e, por outro, é excludente ao ampliar exponencialmente as desigualdades sociais. Saviani e Duarte (2012, p. 2) corroboram essas afirmações ao destacar que “[...] o sistema escolar se estrutura de forma fragmentada, reproduzindo a divisão social e a lógica do mercado. O acesso ao conhecimento se dá de maneira profundamente seletiva”.

Desse modo, romper com as distinções que separam os que têm direito à formação de qualidade se fundamenta no pensamento abissal desenvolvido por Santos (2009) para quem

> O pensamento moderno ocidental é um pensamento abissal. Consiste num sistema de distinções visíveis e invisíveis, sendo que as invisíveis fundamentam as visíveis. [...] O conhecimento e o direito modernos representam as manifestações mais bem consagradas do pensamento abissal. Dão-nos conta das duas principais linhas abissais globais dos tempos modernos, as quais, embora distintas e operando de forma diferenciada, são mutuamente interdependentes. Cada uma cria um subsistema de distinções visíveis e invisíveis de tal forma que as invisíveis se tornam o fundamento das visíveis Santos (2009, p. 24).

As delimitações são bem visíveis para o(a) observador(a) que persegue vislumbrar a realidade concreta, desvinculado da superficialidade, das armadilhas que fundamentam a lógica do sistema capitalista vigente que dividiu a sociedade em classes. Existem elementos visíveis e invisíveis, como: quais os saberes estão contemplados em um currículo educacional? As políticas públicas são construídas para beneficiar que classe fundamental? O panorama educacional é pautado pela dualidade “elitismo e exclusão”. Enquanto a escola para a classe dominante ensina a comandar e a controlar, para a dos trabalhadores ela ensina a obediência e o conformismo.

Vale ressaltar que a visão para a educação em uma perspectiva neoliberal é a concepção de uma sociedade “[...] baseada em um livre mercado cuja própria lógica produz o avanço social com qualidade, depurando a ineficiência através da concorrência (Freitas, 2018, p. 31). Nesse modelo, a escola apresenta os mesmos moldes de funcionamento de uma empresa, já que professores (as) são considerados(as) empreendedores(as) e estudantes/pais clientes. E, nessa lógica, o esforço (mérito) é de responsabilidade individual, assim como o fracasso.

Saviani (2009) aponta aspectos históricos e teóricos do problema da formação no contexto brasileiro. Relata que o primeiro estabelecimento de ensino visando à formação de professores(as) data do século XVII. Foi a partir do século XIX, após a Revolução Francesa, com a criação de Escolas Normais, porém, que foi dada uma resposta institucional quanto à formação desses(as) profissionais.

No Brasil, a questão da formação ocorreu após a independência, com a possibilidade da instrução popular. O autor examina a dimensão pedagógica em articulação com as modificações ocorridas na sociedade e os períodos na história da formação de professores (as), cronologicamente, de 1827 a 2006.

As Escolas Normais ficaram responsáveis por essa formação até 1971, quando foi substituída pela Habilitação Específica de Magistério, vigorando até 1996, quando surgiram os Institutos Superiores de Educação, Escolas Normais Superiores e o novo perfil do Curso de Pedagogia (1996-2006).

Nesse contexto, a formação está pautada em dois modelos de formação, sendo um deles o modelo dos conteúdos culturais-cognitivos, em que a formação de professor(a) abarcava a cultura geral e o domínio específico dos conteúdos da área de conhecimento correspondente à disciplina de atuação. Contrapondo a esse modelo, tem-se o pedagógico-didático, “[...] em que a formação do professor propriamente dita só se completava com o efetivo preparo pedagógico-didático” (Saviani, 2009, p. 1490). O primeiro predominava na formação de professores(as) secundários – anos finais do Ensino Fundamental) e o segundo na formação de professores(as) primários (anos iniciais do Ensino Fundamental).

Os cursos de Licenciatura em Pedagogia se enquadram no modelo pedagógico-didático e nas demais Licenciaturas vigora o modelo dos conteúdos culturais-cognitivos. Esses aspectos, Gatti (2010) e Libâneo (2015) observaram na dicotomia entre conhecimentos didáticos e específicos. Esse dilema “[...] resultou da dissociação de aspectos indissociáveis do ato docente, logicamente a saída do dilema implica a recuperação da referida indissociabilidade” (Saviani, 2009, p. 151).

Atualmente, na Resolução CNE/CP, nº 2/2019, que se encontra em vigor, há modificações nesse cenário, a centralidade da formação está atrelada à BNCC (Brasil, 2018), tanto no que diz respeito ao currículo, quanto às metodologias. Trata-se de uma educação tecnicista, pragmática, ancorada nas competências, habilidades e técnicas, comprometendo a unidade teoria-prática. Seu caráter está voltado às pedagogias das competências, colocando a responsabilidade de ensino-aprendizagem nos(as) professores(as).

A formação inicial de professores(as) deixa de estar organizada por núcleos e passa a ter sua ordenação a partir de três dimensões: I – conhecimento profissional; II – prática profissional; III – engajamento profissional. Cada uma dessas dimensões está estruturada a partir de competências específicas e, para cada uma das competências específicas, são listadas habilidades. Os conteúdos são apresentados de forma prescritiva. Ao estabelecer a forma como a carga horária deve ser distribuída, não apenas em termos de horas, mas também em conteúdos e anos do currículo, acaba-se por padronizar e engessar os cursos de formação de professores (as), entre eles os cursos de Licenciatura em Pedagogia.

Desde a criação do Curso de Pedagogia, em 1939, um crescente acúmulo histórico nessa área vem se desenhando. Por conseguinte, iremos tratá-los considerando dois aspectos. O primeiro se manifesta como paradoxo: a negação dessa Ciência, sua invisibilidade em sua dimensão epistemológica, naturalizando seu entendimento como uma metodologia de ensino (Libâneo; Pimenta, 1999; Saviani, 2009; Severo; Pimenta, 2015; Moreira; Pinto, 2021). Esses(as) autores(as) defendem a Pedagogia como sendo a teoria ou a Ciência da Educação. Nas palavras de Libâneo (2001), a Pedagogia

> [...] não é, certamente, a única área científica que tem a educação como objeto de estudo. Também a Sociologia, a Psicologia, a Economia e a Linguística podem se ocupar de problemas educativos para além de seus próprios objetos de investigação e, nessa medida, os resultados de seus estudos são imprescindíveis para a compreensão do educativo. Entretanto, cada uma dessas ciências aborda o fenômeno educativo sob a perspectiva de seus próprios conceitos e métodos de investigação. É a Pedagogia que pode postular o educativo propriamente dito e ser ciência integradora dos aportes das demais áreas. [...] A pedagogia, com isso, é um campo de estudos com identidade e problemáticas próprias (Libâneo, 2001, p. 10).

Nesses moldes, a identidade da Licenciatura em Pedagogia, entendida como uma Ciência da Educação, amparada por políticas públicas que priorizam as demandas de mercado, com teorias pedagógicas (neo)tecnicistas, vem suprimindo necessidades essenciais de formação de pedagogos(as).

Em 2006, com a implantação das Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Licenciatura em Pedagogia (DCNP), verificaram-se poucos progressos. Pontua-se a ampliação do campo de atuação que “[...] aplica-se à formação inicial para o exercício da docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, e em cursos de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar, bem como em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos” (Brasil, 2006, p. 1). A questão a se discutir é que tudo se reduziu a uma licenciatura para formação. Ampliou-se o campo de atuação trazendo mais demandas para o(a) pedagogo(a), no entanto, ratificou a base de formação à docência. Ou seja, fragilizou-se o campo e o curso, restringindo-o à formação de professores(as).

Nessa direção, Pimenta *et al.* (2017), ao analisar 144 matrizes curriculares de instituições públicas e privadas do estado de São Paulo, evidenciaram que os cursos de pedagogia pesquisados postulavam os mesmos problemas constatados na DCNP/2006, ou seja,

> [...] a indefinição do campo pedagógico e a dispersão do objeto da pedagogia e da atuação profissional docente. Consequentemente, a maioria desses cursos não dão conta de formar nem o pedagogo, nem, tampouco, o professor para os anos iniciais da educação básica e para a educação infantil (Pimenta *et al.*, 2017, p. 28).

Estimula-se que, ao formar o(a) pedagogo(a) nos cursos de pedagogia, essa formação se configura generalizante e superficial. Nesse ponto, vale ressaltar o que se entende por Pedagogia, conceituada por Libâneo (2001).

> Pedagogia é, então, o campo do conhecimento que se ocupa do estudo sistemático da educação – do ato educativo, da prática educativa como componente integrante da atividade humana, como fato da vida social, inerente ao conjunto dos processos sociais. Não há sociedade sem práticas educativas. Pedagogia diz respeito a uma reflexão sistemática sobre o fenômeno educativo, sobre as práticas educativas, para poder ser uma instância orientadora do trabalho educativo. Ou seja, ela não se refere apenas às práticas escolares, mas a um imenso conjunto de outras práticas. O campo do educativo é bastante vasto, uma vez que a educação ocorre em muitos lugares e sob variadas modalidades: na família, no trabalho, na rua, na fábrica, nos meios de comunicação, na política, na escola. De modo que não podemos

> reduzir a educação a ensino e nem a Pedagogia aos métodos de ensino (Libâneo, 2001, p. 6-7).

Desse modo, configura-se como teoria e prática da educação. O autor ressalta que, ao reduzir o curso de Pedagogia a uma formação de professores(as), é necessário ter uma visão do senso comum, simplista e reducionista. Moreira e Pinto (2021), ao pesquisarem cursos de graduação em Pedagogia de quatro universidade públicas do estado da Bahia, analisando os Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC), constataram que predominam os pressupostos metodológicos "[...] para o exercício da docência nos anos iniciais da Educação Básica que desconsidera, no campo epistemológico – contraditoriamente – a complexidade da Pedagogia como Ciência da Educação" (Moreira; Pinto, 2021, p. 794).

No XXI Encontro Nacional de Didática e Práticas de ensino (ENDIPE), realizado em Uberlândia (MG), em 2022, em debate, apontaram-se caminhos para institucionalizar a Pedagogia como estudos sobre os cânones identitários da Pedagogia, políticas públicas de inserção, reconhecimento e valorização do(a) profissional da pedagogia, bem como a Pedagogia na pós-graduação, elencando suas bases teórico-metodológicas, assim como seus impactos sociopolíticos.

Oportunizar mais discussões a respeito da identidade das Licenciaturas em Pedagogia torna-se eficaz para a compreensão de seu caráter essencial nos estudos das problemáticas referentes à educação, postulando a complexidade dos saberes referentes ao campo epistemológico da Pedagogia como ciência da *práxis* educativa.

O segundo aspecto é direcionado aos conhecimentos específicos e conhecimentos pedagógico-didáticos que os cursos de Pedagogia formalizam em seus currículos, materializados em suas matrizes curriculares, projetos pedagógicos dos cursos, plano de cursos e ementas.

Gatti (2010) observou, em pesquisa realizada nas ementas de cursos de Pedagogia no Brasil, problemas na formação do(a) professor(a) polivalente e ocorrência de que os conteúdos específicos das disciplinas não eram objeto dos cursos de formação inicial. Em sua pesquisa, identificou que tais cursos se preocupam em justificar por que ensinar, mas, de forma muito simples, registram o que e como ensinar, propiciando um caráter fragmentado, superficial e generalizante.

> a) o currículo proposto pelos cursos de formação de professores tem uma característica fragmentária, apresentando um conjunto disciplinar bastante disperso; b) a análise das ementas revelou que, mesmo entre as disciplinas de formação específica, predominam as abordagens de caráter mais descritivo e

> que se preocupam menos em relacionar adequadamente as teorias com as práticas; c) as disciplinas referentes à formação profissional específica apresentam ementas que registram preocupação com as justificativas sobre o porquê ensinar; entretanto, só de forma muito incipiente registram o que e como ensinar. D) a proporção de horas dedicadas às disciplinas referentes à formação profissional específica fica em torno de 30%, ficando 70% para outro tipo de matérias oferecidas nas instituições formadoras [...]; e) os conteúdos das disciplinas a serem ensinadas na educação básica (Alfabetização, Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências, Educação Física) comparecem apenas esporadicamente nos cursos de formação e, na grande maioria dos cursos analisados, eles são abordados de forma genérica ou superficial, sugerindo frágil associação com as práticas docentes (Gatti, 2010, p. 1369).

O currículo está vinculado ao grande projeto do capitalismo, em viés neoliberal, o qual fomenta a construção de currículos fragmentados e leva à insuficiência de conteúdo específico nos cursos de formação inicial, ou seja, uma formação global. Consequentemente, os(as) estudantes, não se apropriando de conhecimentos elementares, continuarão perpetuando as deficiências, predominando, portanto, a hegemonia dominante. De acordo com Silva (2009), o currículo é questão de poder, saber e identidade. Fiorentini *et al.* (2002) trazem outros elementos que contribuem com a discussão sobre os cursos de formação em relação à

> [...] desarticulação entre teoria e prática, entre formação específica e pedagógica e entre formação e realidade escolar; menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado; ausência de estudos histórico-filosóficos e epistemológicos do saber matemático; predominância de uma abordagem técnico-formal das disciplinas específicas; falta de formação teórico-prática em Educação Matemática dos formadores de professores (Fiorentini *et al.*, 2002, p. 154).

Todos esses elementos pontuados pelos autores são problemas antigos que ainda não foram solucionados. Na proposição de soluções, Martins, Nacarato e Moretti (2023) definem que o perfil do(a) formador(a) que atua nos cursos de Pedagogia deve ser o de um educador matemático, ou seja, ter Licenciatura em Matemática e estar inserido na formação de professores(as) que atuam na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, ou estar envolvido com pesquisas nesses segmentos de ensino e conhecer o contexto educacional deles; ou ser um Pedagogo com conhecimento matemático advindo da inserção na pesquisa em Educação Matemática ou na formação de professores(as) que ensinam Matemática.

Para entender melhor essa formação, pesquisas relacionadas à produção dessa temática, acessamos a plataforma da “Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior” (CAPES), acesso ao CAfe pela UFG, à procura de pesquisas que contribuíssem com esta discussão. Usamos como descritor de busca a expressão "Formação de professor em Pedagogia", com os filtros de áreas de "Educação" e "Pedagogia", ano de "2015 a 2022" (períodos que contemplam a Resolução/CNE 02/2015 e, mais recentemente, a Resolução/CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior), e idioma "Português".

Foram localizados 592 trabalhos, dentro os quais foram selecionados 20, pois os demais não estavam vinculados à formação específica em matemática. Após a leitura do resumo e da introdução desses 20 trabalhos, destacamos oito artigos oriundos de dissertação, tese e pesquisa acadêmica os quais se referiam à formação inicial de professoras(es) no curso de Licenciatura em Pedagogia e/ou tinham relação com conhecimentos matemáticos nesse segmento. No Quadro 1, encontram-se as referidas pesquisas.

Quadro 1 - Trabalhos relacionados a Licenciatura em Pedagogia

Nº	Título	Autor/es/as	Origem	Ano
01	Sobre as professoras dos primeiros anos e suas práticas: influências da formação	Prof. Ms. Arthane Menezes Figueirêdo Profª. Drª. Graça Aparecida Cicillini	Tese	2016
02	Pesquisas sobre a formação inicial do professor que ensina Matemática no princípio da escolarização	Profª. Drª. Ana Maria Carneiro Abrahão Profª. Drª. Sandra Aparecida Fraga da Silva	Pesquisa acadêmica	2017
03	Os cursos de licenciatura em pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente	Profª. Drª. Selma Garrido Pimenta Prof. Dr. José Cerchi Fusari Profª. Drª. Cristina Cinto Araújo Pedroso Umberto de Andrade Pinto	Pesquisa acadêmica	2017
04	Formação em Matemática de Licenciandos em Pedagogia: uma análise à luz do pluralismo metodológico	Profª. Drª. Jaqueline de Morais Costa Profª. Drª. Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski Prof. Dr. Edson Jacinski Profª. Drª. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro	Pesquisa acadêmica	2017
05	Impossibilidades e táticas de resistência para currículos de Matemática nos anos iniciais	Prof. Dr. João Alberto da Silva	Pesquisa acadêmica	2017
06	Currículo do Curso de Pedagogia: uma reflexão sobre o Professor e o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental	Prof. Dr. José Augusto Ribeiro Prof. Dr. Evonir Albrecht	Dissertação	2018
07	As dificuldades de aprendizagem em Matemática nas propostas pedagógicas dos cursos de pedagogia em Porto Velho	Profª. Drª. Sandra Monteiro Gomes Profª. Drª. Ruthe Cristina Domingos da Palma	Pesquisa acadêmica	2019

08	Relações teórico-práticas na formação Matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: velhos e novos desafios	Profª. Drª. Antonia Alves Pereira da Silva Profª. Drª. Maria Isabel Ramalho Ortigão	Doutorado	2022

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Os resultados obtidos nas pesquisas apontaram limitações dos conhecimentos específicos das disciplinas escolares, o que indica problemas em relação às grades curriculares, com práticas tradicionais, distanciamento entre prática e teoria, formação frágil, superficial, generalizante, fragmentada e sem foco. Salientam que estas lacunas causam despreparo para a docência, e que, para saná-las, é imprescindível que a reformulação das legislações, resoluções e implementação dos currículos esteja recheada das vozes desses profissionais, que, cotidianamente, estão nas salas de aula, literalmente habitam o "chão da escola". É necessário que seja uma formação continuada prevista no calendário das escolas, com condições reais de estudo, uma formação humana-emancipatória.

Em síntese, entendemos que a produção das pesquisas em relação à Licenciatura em Pedagogia pontua a falta de identidade do curso, amplitude do campo epistemológico, que não tem como contemplá-lo em 3.200h de curso, causando lacunas de formação nesse(a) professor(a) com funções polivalentes.

Pontuamos, também, o distanciamento entre teoria e prática, indícios de uma teoria pedagógica de educação tecnicista, em que são priorizados os conteúdos didático-metodológicos em detrimento dos específicos, principalmente na Matemática. Entra ainda nesse cenário a carga horária mínima destinada a esses conteúdos, predominância de conteúdos matemáticos relacionados a números e a operações básicas e o perfil do(a) professor(a) formador(a) que atua nesses cursos. Moreira e Caleffe (2008) fazem crítica aos

> [...] programas de formação inicial como os programas de qualificação de professores em serviço tipicamente organizados para disseminar um conhecimento construído exclusivamente por especialistas que se encontram fora da escola. Isso significa que se espera que o professor aprenda sobre seu ofício ao longo da carreira, não por meio do estudo de suas próprias experiências, mas pelo estudo dos resultados de pesquisas daqueles que não são nem mesmo professores nas escolas (Moreira; Caleffe, 2008, p. 15).

Quanto aos conteúdos matemáticos, Fiorentini e Lorenzato (2006) avaliam que os problemas sobre os saberes profissionais do professor têm revelado baixos níveis de compreensão e domínio do conhecimento matemático a ser ensinado. Assim, a problemática continua altamente em debate em relação ao tipo de conhecimento matemático que o professor deve ter e como deve combiná-lo com seu conhecimento pedagógico.

Nessa perspectiva, a problemática da formação em Licenciatura em Pedagogia ainda será palco de muitas pesquisas. Mais recentemente, recorremos ao estudo desenvolvido no contexto do “VIII Fórum Paulista de Formação de Professores que Ensinam Matemática”. O evento ocorreu de modo presencial, entre os dias 31 de março e 1º de abril de 2023, nas dependências do Instituto Federal de São Paulo, *campus* São Paulo, e contou com o GD1 “Educação Matemática na Licenciatura em Pedagogia”. Contou com a contribuição de pesquisadores(as), professores(as) que ensinam matemática em diferentes níveis de ensino, coordenadores pedagógicos, formadores de professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, assim como estudantes de Programas de Pós-graduação. No evento, Martins, Nacarato e Moretti (2023), em consonância com levantamentos realizados, propõem algumas possibilidades para alavancar a formação em educação Matemática nessas ocasiões.

No aspecto perfil do(a) professor(a), propõem que seja educador(a) matemático, ou seja, ser licenciado em Matemática, estar desenvolvendo pesquisa, conhecer os contextos nos quais estão inseridos(as) ou ser pedagogo(a) com conhecimento matemático advindo de inserção na pesquisa em Educação Matemática ou na formação de professores(as) que ensinam Matemática.

Há necessidade de realizar estágios supervisionados, em que as regências sejam voltadas a temas matemáticos; participação de professores(as) da Educação Básica nos fóruns regionais e nacionais, promovendo parcerias entre a universidade e as escolas, em articulação com a formação inicial e continuada. Relatam experiências de pesquisadores(as) que realizam articulação entre a Licenciatura em Pedagogia e a Licenciatura em Matemática.

Nessa direção, ainda diante das produções levantadas, em visita ao c*urriculum lattes* dos autores(as), verificamos que dos(as) 19 autores(as), 13 (68,42%) possuem formação inicial em Pedagogia, 5 (26,32%) possuem formação em licenciatura em Matemática e 1 (5,26%) tem formação inicial em Filosofia e Direito, o que torna pertinente o sugerido por Martins, Nacarato e Moretti (2023) em relação à articulação dessas licenciaturas.

Podemos elencar que a temática possibilitará discussões e reflexões. Ela também exigirá empenho na busca de uma formação que abarque conhecimentos didático-pedagógicos específicos, de gestão, de diversidade e de ética. Esses conhecimentos são essenciais para que o(a) profissional tenha contextos e condições reais de exercer a práxis. O(a) profissional estará em constante luta para desempenhar politicamente o direito de cobrar dos órgãos públicos responsáveis uma educação e uma formação de qualidade, tanto inicial quanto continuada. Essa formação deve ser humanizadora e emancipatória.

Dessa maneira, argumentamos que a pesquisa pode propiciar elementos para refletir a respeito das práticas pedagógicas que dialoguem com as estruturas matemáticas nos anos iniciais, da necessidade da formação continuada de professores(as) que atuam nesse nível de ensino e das relações de poder presentes no contexto em que a escola está inserida. A partir daí, conjecturamos apresentar contribuições para o ensino e a aprendizagem em relação à álgebra, compreendida como modo de pensar, sobrepondo um conjunto de técnicas (Kieran, 2005). O pensamento algébrico deve ser entendido como um domínio fluido de pensamento o qual permeia toda a Matemática, não como um conjunto de tarefas ou um currículo prescrito (Kieran; Blanton, 2011). Nessa direção, é essencial propiciar situações para reflexão, tarefas que envolvam conjecturar, generalizar e justificar, abrangendo variadas representações e linguagens (Kieran, 2011).

Observamos que, nesse sentido, a pesquisa tem uma relevância acadêmica e científica que se relaciona com o imperativo de colocar em evidência a complexidade da ação pedagógica do(a) professor(a) quanto ao ato de ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa prática se constitui da necessidade de correlacionar o conhecimento didático-pedagógico, o conhecimento disciplinar e o conhecimento curricular (Shulman, 1996) do(a) professor(a). Esses conhecimentos devem ser indissociáveis do contexto social, cultural e histórico, ou seja, extravasam propostas metodológicas de ensino e de conteúdos a ensinar, mas contam com um aparato de saberes essenciais à docência, favorecendo aprendizagens com significado e qualidade

Com relação à relevância social da pesquisa, torna-se imprescindível entender que, em uma sociedade capitalista, a educação é usada como manobra ideológica, cultural, política, econômica, ética, étnica e estética para o bom funcionamento e para a hegemonia da classe dominante e dirigente. Nesse sentido, o ensino privilegia as elites e não é igual para todos. Seria equivocado concluir que os currículos institucionalizados favorecem os saberes de todos os (as) estudantes, independentemente do contexto no qual estão inseridos(as), algo que não foi levado em conta na elaboração da BNCC. Assim, o que se propõe é legitimar e validar os saberes produzidos pelas culturas eurocêntricas. Para Souza, Panassian e Cedro (2014), a inclusão da álgebra, desconectada da prática social, pouco colabora para uma Educação Matemática que visa a uma formação cidadã, em que a compreensão da realidade está associada direta ou indiretamente ao reconhecimento de variações e relações funcionais. Em se tratando de educação formal, de indígenas e de brancos, D’Ambrosio (1997) pontua ser igualmente

> [...] baseada em mera transmissão (ensino teórico) de explicações e teorias e no adestramento (ensino prático) de técnicas e habilidades. Ambas são totalmente equivocadas do ponto de vista das modernas teorias da cognição, pois não há como avaliar as habilidades cognitivas fora do contexto cultural (D'Ambrosio, 1997, p. 65).

Dessa maneira, os(as) professores(as) têm papel primordial na redefinição de uma nova pedagogia da hegemonia, em que os saberes possam alavancar cidadãos críticos e emancipados, conforme defende Freire (2005). Com a possibilidade de ocorrer mudanças, a pesquisa visa a efetivar a *práxis*, isto é, sem dissociação entre teoria e prática, e cumprir seu papel social de construir saberes que sejam significativos e relevantes para o fazer diário de professores(as), estudantes, comunidade educacional e, consequentemente, toda a sociedade. Ao longo da dissertação, procuramos entender toda a problemática que envolve essa temática, ensejando visualizar um panorama de múltiplas dimensões.

No intuito de atingir os objetivos propostos, a dissertação está organizada em quatro capítulos, os quais incluem a "Introdução", que procurou relatar a trajetória de vida da autora, assim como seu interesse pela temática, evidenciar a intenção da proposta de investigação, a questão de pesquisa e objetivos e, também, apresentar alguns aspectos da formação por meio de levantamento de pesquisas em relação à formação em Licenciatura em Pedagogia, direcionando o foco para a formação matemática. Além disso, buscou elucidar a composição dos capítulos posteriores.

O segundo capítulo tem como objetivo apresentar o referencial teórico da pesquisa desenvolvida. Evidencia pesquisas realizadas a partir de levantamento, apresenta pesquisas voltadas para o "pensamento algébrico e álgebra nos anos iniciais" nos documentos, na formação, como unidade temática incorporada ao currículo dos anos iniciais, no sentido de compreender e enriquecer a temática de investigação proposta. Trazemos a história da álgebra, sua inserção nas reformas curriculares e no ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Também definimos o termo álgebra e pensamento algébrico, no entendimento de que são indissociáveis. Assim também elencamos algumas formas de como é promovida a álgebra, visando ao desenvolvimento do pensamento algébrico materializado em atividades de ensino, como propõe a BNCC para essa etapa de ensino.

No terceiro capítulo, apresentamos os pressupostos teórico-metodológicos que regem o processo investigativo, abordando as bases qualitativas, os instrumentos referenciados para produção e análise de dados, a justificativa do produto a ser desenvolvido e a apresentação das etapas principais. Também faz parte deste capítulo o relato das dificuldades em realizar a pesquisa com professoras que estão sobrecarregadas, sem tempo para formação continuada.

Por fim, no quarto capítulo, descrevemos as percepções das professoras a partir dos momentos interativos, em formato presencial, tendo como contrapartida o questionário. Nos momentos interativos remotos, diante das tarefas apresentadas, procuramos vislumbrar indícios de compreensão em relação ao pensamento algébrico.

Em síntese, nas considerações finais, esperamos que a pesquisa, como um todo, tenha contribuído para alavancar reflexões quanto à formação inicial e continuada de professores(as), bem como expressar o debate da inclusão do pensamento algébrico nos anos iniciais e seus desdobramentos na prática concreta em sala de aula.

2 ÁLGEBRA E PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: PARA ONDE SE DIRECIONAM AS PESQUISAS?

Verificamos, no capítulo anterior, que a formação de professores(as) em Licenciatura em Pedagogia apresenta lacunas em ofertar a Educação Matemática. Nesse sentido, percebemos que, somente na pesquisa de Ribeiro e Albrecht (2018), encontramos nos componentes curriculares referência a noções básicas de álgebra, o que nos adverte de que as propostas curriculares, os planos de curso e os projetos pedagógicos não estão direcionando o ensino para álgebra na promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com a inclusão pela BNCC (Brasil, 2018) da unidade temática "álgebra", no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebemos a necessidade de debruçarmo-nos na formação inicial e continuada de professores(a), uma vez que ensinar essa unidade temática não se configura como uma responsabilidade individualizada. Nessa direção, os conhecimentos específicos para ensinar aspectos do pensamento algébrico foram investigados na dissertação de Jungbluth (2020), em que a autora verificou que (75%) dos(as) professores(as) não estavam preparados(as) para ensinar esse saber. Ao final da pesquisa, a autora concluiu que a ampliação desse conhecimento se faz necessária a partir das prescrições da BNCC.

Neste capítulo, objetivamos elencar o levantamento sobre pesquisas de álgebra e pensamento algébrico e discutir os caminhos, tanto historicamente quanto em relação ao ensino-aprendizagem, da álgebra. Pretendemos possibilitar ao(a) leitor(a) uma compreensão sobre álgebra como manifestação do pensamento algébrico e os pressupostos epistemológicos que os auxiliam. Isso será feito a partir da contribuição de vários(as) estudiosos(as), sendo alguns desses conceitos presentes nas atuais orientações curriculares para o ensino de Matemática nos anos iniciais. Para o entendimento de álgebra e pensamento algébrico, construiu-se um referencial evidenciado por pensadores(as) dos séculos XX e XXI. Apontamos uma breve retrospectiva de reformas ocorridas no currículo de Matemática, em relação à álgebra nos anos iniciais, e suas implicações na formação e ensino.

Para finalizar, pretendemos evidenciar o ensino de álgebra nos anos iniciais, concepções didáticas e tarefas que podem possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico como elemento essencial na integralização da aritmética com a álgebra.

2.1 O que dizem as pesquisas sobre álgebra ou pensamento algébrico nos anos iniciais?

Em relação às pesquisas com a temática álgebra, verificamos que a maior quantidade de bibliografias é referente a conteúdos contemplados a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. São pesquisas referentes a conteúdos, dificuldades, concepções e que trazem contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como preocupações com uma aprendizagem significativa. Podemos citar dentre esses estudos os de Pimentel (2010), Silva *et al*. (2015), Groenwald (2014), Ribeiro e Cury (2015).

Indicamos, também, autores que abordam o estudo de álgebra (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993; Lins; Gimenez, 1997; Araújo, 2008; Gil, 2008; Ponte; Branco; Matos, 2009) em artigos científicos, dissertações, teses, livros os quais elencam contextos históricos, concepções, características e trazem contribuições para repensar a educação algébrica. Também levam em conta preocupações com a formação de professor(a) e metodologias para construir o pensamento algébrico de forma mais eficaz, no sentido de não privilegiar os algoritmos, as técnicas. E para que o(a) professor(a) dos anos iniciais possa desenvolver o pensamento algébrico com estudantes torna-se imperativo que esse(a) profissional o tenha desenvolvido em si e sobre ele. Pesquisas em educação Matemática com foco na formação inicial e continuada são necessárias na medida em que os problemas nessa área continuam tão presentes.

Lins e Gimenez (1997) enfatizam um histórico de caminhos percorridos pela álgebra, as várias linhas trabalhadas da educação algébrica, com reflexões pertinentes ao conteúdo e às atividades. Suas colocações corroboram com discussões e elaborações de atividades que produzem significados relativos a números e operações aritméticas, envolvendo igualdades e desigualdades que possibilitem pensar algebricamente.

Assim, neste tópico, objetivamos apresentar as pesquisas que se referem à álgebra e ao pensamento algébrico. Novamente, propusemos um levantamento na plataforma da "Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior" (CAPES), acesso ao CAFe pela UFG, à procura de pesquisas em relação ao "pensamento algébrico" e AND "álgebra nos anos iniciais". Os filtros demarcaram programas de pós-graduação das áreas de "Educação" e "Ensino" na última década. Encontramos 12 trabalhos: três estavam repetidos e hum estava no idioma inglês.

Dessa forma, foram detalhados quanto ao objetivo, contexto, metodologia, importância e resultados os oito trabalhos dispostos no Quadro 2.

Quadro 2 - Pesquisas relacionadas à álgebra e pensamento algébrico

Nº	Título	Autor/es/as	Origem	Ano
01	Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Profª. Drª. Miriam Criez Nobrega Ferreira Prof. Dr. Miguel Ribeiro Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro	Dissertação	2017
02	Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais	Profª. Drª. Miriam Criez Nobrega Ferreira	Dissertação	2017
03	A Relação entre Conceitos Algébricos Formais e o Ensino da Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Prof. Dr. Vinicius Carvalho Beck Prof. Dr. João Alberto da Silva	Pesquisa acadêmica	2019
04	Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Profª. Drª. Vanessa de Oliveira Profª. Drª. Rosa Monteiro Paulo	Doutorado	2019
05	Ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma reflexão sobre a BNCC e o currículo municipal	Profª. Drª. Cintia Aparecida Bento dos Santos Prof. Ms. Eder Anelli da Silva	Dissertação	2020
06	Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: possíveis conexões teóricas e práticas	Prof. Dr. Malcus Cassiano Kuhn Profª. Juliana Aparecida Schöninger	Especialização	2021
07	Early álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: Manifestações do Pensamento Algébrico	Profª. Adriane Gaspari Ferreira Prof. Dr. Diego Barboza Prestes Profª. Drª. Magna Natalia Marin Pires Prof. Ms. Eder Anelli da Silva	Pesquisa acadêmica	2021
08	Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais	Profª. Drª. Vanessa Dias Moretti Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens Prof. Dr. Iraji de Oliveira Romeiro	Grupo de Estudos (GEPPEDH-MAT)	2021

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

O primeiro trabalho a que fazemos referência no quadro anterior é dos(as) autores(as) Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017). No referido, propõe-se como objetivo debater o conhecimento matemático revelado por um grupo de professores dos anos iniciais ao discutir tarefas com potencial algébrico. Esses(as) autores(as) justificam serem escassas as pesquisas em relação ao conhecimento do professor, e o foco no pensamento algébrico também é direcionado aos alunos. Afirmam ser uma relação direta entre conhecimento do professor (saber e saber-fazer) e o sucesso escolar dos alunos. Assim, os(as) pesquisadores(as) propõem discutir dois aspectos relacionados à álgebra:

> Álgebra nos Anos Iniciais – abstraídos principalmente da literatura internacional – e a pertinência de seu ensino no início da escolarização. [...] formação de professores e enfatiza os aspectos que dizem respeito aos diferentes conhecimentos matemáticos envolvidos na docência, com base no quadro teórico do *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) (Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, p. 497, 2017).

De acordo com os(as) autores(as), o ensino e as formas de ensinar pautadas em livros didáticos, com apresentação de explicação e exercício ritualístico, solidificam *déficits* na aprendizagem em conteúdos matemáticos, tanto em aritmética, quanto em álgebra, dificuldades que se intensificam em relação à álgebra e funções. Segundo eles(as), verificada a dificuldade da passagem da aritmética para álgebra, o foco se intensifica na viabilidade de abordar aspectos na álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e Educação Infantil acerca do pensamento algébrico.

Para essa proposição de abordar aspectos do ensino de álgebra com crianças, trazem como referenciais teóricos Blanton e Kaput (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russel, Schifter e Bastable (2011). Assim, Blanton e Kaput 2004 *apud* Ferreira, Ribeiro, Ribeiro (2017, p. 498), em estudos realizados, afirmam:

> [...] com alunos desde a Educação Infantil até ao 5.º ano de escolaridade mostraram que os alunos mais jovens, além de trabalhar com as propriedades dos números e operações, já têm capacidade de se envolver no denominado pensamento covariacional e podem descrever como as quantidades se correlacionam.

Vários(as) autores(as), como Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher *et al.* (2006), Kieran (2004), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007) são favoráveis à integração de aritmética e álgebra. Segundo eles(as), isso pode colaborar com a compreensão de alunos e professores na estrutura de sustentação dessas duas áreas.

Em discussão sobre a definição de pensamento algébrico, caminho apontado como objetivo do estudo de álgebra nos anos iniciais e Educação Infantil, Blanton e Kaput (2005) definem pensamento algébrico e consideram quatro tipos:

> [...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade. [...] o uso da aritmética como o domínio da expressão e a formalização da generalização (Aritmética Generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (Pensamento Funcional); a modelação como um domínio para a expressão e a formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas

> matemáticos abstratos do cálculo e das relações (Blanton; Kaput 2005 *apud* Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, 2017, p. 499).

Compondo a aritmética generalizada, Ponte *et al.* (2009) Trivilin e Ribeiro (2015) e Wasserman (2016) salientam a importância do sinal de igual como elemento de composição do pensamento algébrico. Assim, o sinal de igual assume três significados com sentidos distintos: operacional (busca de resultado); equivalência ("o mesmo que"), funcional (definir uma relação funcional). Acreditam ser essencial a identificação das propriedades das operações básicas e suas generalizações e, também, da necessidade de os professores problematizarem e reconhecerem como elas aparecem em sala de aula. Outro fato importante na promoção do pensamento algébrico é o entendimento da generalização, que considera um conjunto particular de dados e admite chegar a uma regularidade matemática.

Adentrando no conhecimento matemático necessário para ensinar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o estudo se subsidia nas ideias de Shulman (1986). Especificamente, ele se baseia no conceito de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), proposto por Ball, Thames e Phelps (2008). Esse conceito refere-se ao conhecimento que o professor precisa para ensinar Matemática. Uma abordagem considera os domínios do conhecimento do professor, os quais incluem a especificidade do conteúdo a ser abordado, denominada *Subject Matter Knowledge* (SMK), e o conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecido como *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). O estudo também centrou em dois dos subdomínios do SMK (*Common Content Knowledge* – CCK - conhecimento do conteúdo muito próprio, para além de um saber fazer e *Specialized Content Knowledge* – SCK - conhecimento matemático necessário apenas ao professor que pretende que o outro entenda verdadeiramente o que faz e não o execute meramente como um conjunto de procedimentos sem sentido) e também em dois dos subdomínios do PCK (*Knowledge of Content and Student* KCS - conhecimento que permite antecipar as dificuldades/facilidades dos alunos e *Knowledge of Content and Teaching* – KCT - conhecimento que combina conhecimentos de ensino e conhecimentos de matemática), considerando ainda que o desenvolvimento do PCK se sustenta no SMK.

O estudo é parte de um trabalho de dissertação, de natureza qualitativa, de cunho interpretativo, realizado em contexto de uma formação continuada, na proposição de extensão. O referido estudo contou com 32 horas de duração, envolvendo 14 professores dos anos iniciais. Os dados coletados dizem respeito às respostas escritas e às gravações de áudio e vídeo. A formação envolveu discussão de características do trabalho com as propriedades dos números e das operações, bem como o sinal de igualdade como equivalência, sequências e padrões, enfatizando os elementos que compõem a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional.

Percebemos que os(as) pesquisadores(as) conseguiram analisar tanto os conhecimentos dos professores, quanto dos alunos, e como esses professores conhecem e entendem os alunos ao propor atividade concretizada por alunos dos anos iniciais a qual foi realizada em duas partes: 1ª) tarefa contendo quatro expressões numéricas para assinalar V ou F e justificar as respostas, objetivando discutir as propriedades das operações; 2ª) respostas dos alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental à mesma questão e proposição de três questões para os professores responderem.

As análises permitiram verificar que as professoras têm conhecimento comum do conteúdo matemático (CCK) ao detectarem a propriedade do elemento neutro da multiplicação, mesmo sem nomeá-la, a partir de quando propiciam discussão acerca da propriedade comutativa, uma vez que identificam que nessa propriedade a ordem dos fatores não importa.

Traços do conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS) foram observados. As professoras realizaram outras atividades para confirmar o conhecimento do aluno a respeito da propriedade do elemento neutro da multiplicação. Em análise de uma resposta dada por um aluno ao considerar falsa a expressão 24 + 37 = 37 +24, evidencia-se aspectos do conhecimento docente ao identificarem que os alunos se confundiram ao colocar para o sinal de adição a nomenclatura da multiplicação – saber identificar o erro (CCK) – e demonstram um conhecimento especializado do conteúdo (SCK) e do conteúdo dos alunos (KCS). Também foi possível criar consciência a respeito de um conhecimento especializado do professor sobre a própria prática, mesmo em observância da prática de outro. Na discussão com seus pares, permitiu às professoras a "descoberta" de que os alunos consideram o sinal de igual com significado operacional e não numa perspectiva de equivalência.

Os resultados indicaram uma reduzida familiaridade das professoras em relação a elementos vinculados ao pensamento algébrico no que se refere a um conhecimento matemático para ensinar em aspectos CCK - conhecimento do conteúdo muito próprio para além de um saber-fazer. Em relação aos diferentes significados do sinal de igual, os resultados contribuíram para uma tomada de consciência relativa à referência ao ensino nos anos iniciais ao enfatizar o sinal de igual com significado operacional, partindo de estrutura aritmética, visando ao cálculo. Em contrapartida, não foi suficiente para sustentar o fazer matemático (SCK).

Em se tratando das propriedades das operações, mesmo que a tarefa apontasse possibilidade, não se verificou um conhecimento para além do saber-fazer ou saber identificar o erro dos alunos (CCK), indicando a necessidade do desenvolvimento desse conhecimento na formação. Sugerem, com base em referenciais, que o professor "[...] prepare e implemente tarefas com o objetivo de discutir, argumentar e comparar ideias matemáticas além de buscar generalizações a partir de tarefas advindas da própria Aritmética" (Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, p. 510, 2017).

Por fim, Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017) reportaram a necessidade de mais e profundos estudos no sentido de ampliar o conhecimento matemático do professor para ensinar, integrando a aritmética dos anos iniciais e álgebra ainda apresentada e explorada a partir dos anos finais. Nesse processo de integração e de desenvolvimento do pensamento algébrico, desconsideram a incorporação de conteúdos no currículo, mas é importante direcionar o foco e objetivos às práticas. Consequentemente, deve haver proposição de mudança na formação inicial e continuada, com objetivos a médio e a longo prazo, sem imediatismo. Defendem a viabilidade do trabalho com o pensamento algébrico de modo que se desenvolva para além do trabalho com os algoritmos, afastando o foco na técnica operatória e na procura pelo resultado final.

Ferreira (2017) objetivou com o estudo investigar se e como os elementos que constituem o pensamento algébrico se inserem em alguns dos documentos curriculares nacionais, verificando como se inserem os conteúdos matemáticos: os números, as operações e suas propriedades.

Na contextualização, a autora expõe que, no cenário brasileiro recente, surgem referências ao pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais, no entanto, em países como Portugal, Nova Zelândia, Estados Unidos, há bastante tempo, já estavam completados em seus currículos. Salienta o *status* de tema transversal atribuído a álgebra pelo National *Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), além de relacioná-la com os outros eixos da Matemática, sendo essencial seu início desde os primeiros anos de escolaridade.

A autora se posiciona ao considerar o pensamento algébrico como elemento integralizador entre aritmética e álgebra pautada em pesquisas de Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher *et al.* (2006), Kieran (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russell, Schifter e Bastable (2011), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007).

Observamos que a autora se apoia em Ball, Thames e Phelps (2008) e em Shulman (1986) quem defendem ser o currículo necessário ao conhecimento do professor. Ela também analisa os documentos que orientam os professores em sua formação inicial ou continuada, tanto em relação ao conhecimento docente, quanto ao pensamento algébrico.

Metodologicamente, a pesquisa é qualitativa, em perspectiva interpretativa. A produção de dados se configura numa análise documental. Nos documentos analisados, retirados do MEC, entre 2000 e 2010, localizamos dois programas: Pró-Letramento (Brasil, 2006) e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (Brasil, 2013). Trata-se de programas destinados à formação de professores em Língua Portuguesa e Matemática. Também apareceram outros documentos, como Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1997), BNCC e Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática, 4ª série (5ºano) do Ensino Fundamental (2011). Tais documentos, apresentam relação com as evidências (ou não) dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, direcionados às categorias: aritmética generalizada e pensamento funcional e suas subcategorias.

Os resultados apontaram, em relação à análise dos documentos que orientam a formação de professores (Pró-Letramento e PNAIC), existência de aspectos mais comuns do que antagônicos. Em nenhum deles se verificou a presença dos termos "pensamento algébrico" ou "ensino da álgebra" em se tratando dos anos iniciais. Verificou-se maior incidência de elementos pertencentes à aritmética generalizada ao explorar propriedades e relações de números inteiros e propriedades das operações com números inteiros. Outra semelhança evidencia a referência aos mesmos elementos constituidores do pensamento algébrico: a composição e a decomposição, as propriedades dos números e operações. O PNAIC demonstrou se aprofundar nos exemplos e nos conceitos matemáticos mais do que o documento do Pró-Letramento.

Referente às diretrizes curriculares, observou-se grande avanço da BNCC em relação aos demais documentos. Esse documento traz situações relacionadas aos números, às operações e às suas propriedades, ampliando o escopo para as outras subcategorias do pensamento algébrico, além de detalhar cada objetivo.

Verificando nos documentos oficiais, a autora concluiu que existe um avanço tímido em relação à abordagem do pensamento algébrico nos anos iniciais ao considerar que "[...] à medida que se redefinem os conteúdos e os objetivos a serem trabalhados em sala de aula, retratados aqui principalmente diretrizes curriculares, será preciso também redimensionar o papel e o conhecimento do professor que ensina matemática" (Ferreira, p. 32, 2017). Ela alerta, porém, sobre a diferença entre currículo prescrito e o que realmente ocorre em sala de aula. Ou seja, existem diversos fatores que interferem na ação didática, como, por exemplo, o conhecimento matemático do professor. Nessa direção, aponta a necessidade de que pesquisas investiguem sobre o desenvolvimento profissional docente no que se refere ao ensino do pensamento algébrico.

Em seus estudos, Beck e Silva (2019) objetivaram elucidar pontos de aproximação entre os conceitos algébricos formais e como tais conceitos são transpostos no trabalho com estudantes nos anos iniciais de escolaridade. Acreditam que a abordagem de conceitos e proposições influencia a escolha de conteúdo ensinado. A forma de abordagem é ancorada em Chevallard (1982, 2005, 2013), conceituando transposição didática como "[...] a transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posto em prática para o conhecimento como algo a ser ensinado e aprendido, é precisamente o que eu tenho chamado de transposição didática do conhecimento" (Chevallard, p. 9, 2013 *apud* Beck; Silva, 2019, p. 193).

A pesquisa se configura qualitativa, do tipo bibliográfica, com critérios em May (2004). Foram analisadas definições contidas em livros especializados de álgebra sobre a composição formal de conceitos algébricos na tentativa de comparar e relacionar com trabalhos que abordam o pensamento algébrico nos anos iniciais. Discutem sobre equivalência, expressões, equações e inequações; aritmética generalizada, pensamento funcional (recursividade e padrão); ideia de variável, raciocínio proporcional.

Em suas discussões, Beck e Silva (2019), em relação à equivalência, expressões, equações e inequações, apontaram melhorar o conceito de equação em sua definição que expressa valores desconhecidos, evidenciando a ideia de incógnita, corroborando que a essência da equação está na busca pelo valor desconhecido. Também apontam a importância de destacar o conceito de igualdade como centralidade, evidenciando seu caráter relacional. Com base na definição de Beck (2012), pontuaram que equação também pode ser definida como inequação, como sendo "[...] uma desigualdade entre duas expressões, em que pelo menos em uma delas, mas possivelmente em ambas, figuram incógnitas $x1$, $x2$, . . , xn , que são valores desconhecidos e pertencentes a intervalos numéricos que se pretende estabelecer, embora nem sempre isto seja possível analiticamente" (Beck, 2012 *apud* Beck; Silva, 2019, p. 194).

Referente à aritmética generalizada, discutiram conjuntos numéricos e as principais operações aritméticas conhecidas, bem como suas propriedades. Apresentam os números naturais (o zero incluído nesse conjunto, significando ausência de quantidade) e inteiros como modelo de contagem de objetos. Em relação aos inteiros, salientam a noção de sentido, podendo contar uma quantidade positiva ou negativa. Seu significado é convencionado em relação à grandeza envolvida. Evidenciam o conjunto dos números racionais, mesmo não sendo foco nos anos iniciais, mas seu entendimento tem importância para a formalização da operação divisão para contagem de porções, como primeira tentativa de medição fracionada. Evidenciam que a fundamentação teórica aritmética está ancorada nos Axiomas de Peano e podem ser formalizadas nas noções de antecessor, sucessor, operações elementares e ordem nos números naturais. Acreditam que o educador precisa ter a teoria em foco para que os conceitos sejam ensinados cientificamente consistentes e didaticamente atualizados.

Na importância do pensamento funcional para o desenvolvimento do pensamento algébrico, os autores apresentam conceitos formais relacionados a funções, inicialmente como produto cartesiano e a relação entre conjuntos, tendo como objetivo definir o conceito de função nos termos da teoria clássica de conjuntos. Para os anos iniciais, apresentam exemplos, envolvendo ideia de variável, associando o número de mesas e o número de lugares. Nessa perspectiva,

> O pensamento funcional envolve principalmente as noções de recursividade e padrões em sequências, que podem ser numéricas ou não-numéricas. A ideia de padrão algébrico está ligada principalmente com à capacidade de transformar a recursividade de um processo em uma regra geral, sendo uma das habilidades mais sofisticadas de pensamento algébrico (Beck; Silva, 2019, p. 199).

Assim, em regra geral, a fórmula é uma representação simbólica indicando uma relação entre duas quantidades (variáveis). Também trazem situações que envolvem a noção de razão e proporção como ideia de raciocínio proporcional, usando como exemplo as lagartas e as folhas.

Como se percebe, Beck e Silva (2019) não abordaram como se estrutura o conhecimento algébrico nos anos iniciais. Sugerem análises para trabalhos futuros, uma vez que ainda é novidade na comunidade acadêmica e no sistema educacional brasileiro. Postularam ter atingido o objetivo ao estabelecerem várias conexões entre o conhecimento algébrico e as abordagens de pensamento algébrico para os anos iniciais, proporcionando maior compreensão de transposição didática por meio dos problemas propostos para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Tudo isso visando a estratégias de resolução, sem preocupação com rigor nas representações simbólicas.

Oliveira e Paulo (2019), com intenção de expor compreensões de professores dos anos iniciais acerca da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico, trazem uma pesquisa bibliográfica desenvolvida no âmbito da Educação Matemática em uma tentativa de conhecer as características desse pensamento.

Para além da tentativa de desvincular a álgebra a respostas, ligadas tão somente à resolução de equações, funções ou outro conteúdo que envolva variável ou incógnita, as autoras propõem compreender esse objeto assim como sua História e Filosofia da Matemática.

Na perspectiva histórica, promovem a possibilidade de compreender o que foi feito pela humanidade na construção coletiva de milênios que envolve diversos povos. Assim, a álgebra, em sua construção, compreende as fases retórica, sincopada e simbólica. Nesse caminhar, houve avanços em diferentes áreas e técnicas e mudanças de concepção sobre o significado do conhecimento matemático, agregando-lhe novas possibilidades. A álgebra, como área do conhecimento, nesse movimento de constituição, pode ser entendida como uma região em que se estudam as estruturas matemáticas e as possibilidades de relação entre elas. Assim, a álgebra é compreendida como "[...] uma forma de explicitar modos de abordar e lidar com os objetos matemáticos, o que nos conduz ao pensamento algébrico e oportuniza pensar, no contexto escolar, modos de favorecer o seu desenvolvimento" (Oliveira; Paulo, p. 80, 2019).

Nessa direção, as autoras caracterizam o pensamento algébrico como

> [...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto de instâncias particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação, e [as expressam] de forma cada vez mais formal e [de] modos adequados à idade (Blanton; Kaput, 2005, p. 413 *apud* Oliveira; Paulo, 2019, p. 80).

Relacionada a essas caracterizações, a compreensão da forma de desenvolvimento desse pensamento é feita numa perspectiva conceitual, como: aritmética generalizada, pensamento funcional e modelação. Apontam que, por meio da exploração de padrões e da identificação de regularidades, existem possibilidades de trabalhar, no contexto da sala de aula, situações que favoreçam seu desenvolvimento. Assim, esse pensamento, compreendido na perspectiva da linguagem, possibilita se expressar por gestos, alas e ritmos, posteriormente substituídos por símbolos alfanuméricos.

As autoras consideram a álgebra como uma expressão linguística e o pensamento algébrico como significação. Elas apontam possibilidades para o ensino de álgebra nos anos iniciais, levando em conta o processo de significação desse pensamento. Nesse contexto, apresentam diversas tarefas relacionadas à aritmética generalizada e ao pensamento funcional, conforme Blanton e Kaput (2005). Essas tarefas envolvem generalizações, utilizando propriedades numéricas, operações e padrões. Ao analisar o currículo dos anos iniciais, as autoras observaram que as tarefas estão alinhadas com os temas que devem ser abordados nesses anos. Essas tarefas são situações possíveis de serem trabalhadas através da exploração do sentido numérico e das propriedades de números e operações.

Em suas considerações finais, refutam juízos de valor em relação à matemática transformados em mitos, como a natureza abstrata, imutável, objetiva, destituída da realidade da Matemática. Posicionam que, nos anos iniciais, estudantes devem conhecer os números, as propriedades do sistema de numeração decimal, porém sem utilização de letras, variáveis e símbolos. No entendimento das autoras, estes "[...] parecem apressar a ordem natural do ensinar e aprender matemática" (Oliveira; Paulo, 2019, p. 91). Nesse sentido, consideram que aprender e ensinar Matemática não se reduz a conhecer conceitos ou saber uma linguagem. Pressupõem trabalhar o pensamento algébrico ou a álgebra como atividade matemática, já que, na atividade, o que se busca é o pensar.

Neste trabalho, Santos e Silva (2020) procuraram realizar uma reflexão de como é proposto o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º a 5º ano). Com esse intuito, a abordagem se configura como uma pesquisa qualitativa, de natureza documental, com base na BNCC (2018) e no currículo da cidade de São Paulo (2019), considerando seu ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano) e ciclo interdisciplinar (apenas 4º e 5º ano) a fim de verificar a consonância de ambos os documentos.

O objetivo é discutir o ensino de álgebra nos ciclos de alfabetização e interdisciplinar. O período de construção do pensamento algébrico trouxe várias discussões, baseadas em Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007) e Usiskin (1995). Tal pensamento é caracterizado como um processo de generalização realizado pelos estudantes. Esse processo envolve a proposição de discursos argumentativos no desenvolvimento de expressões que progridem adequadamente a cada idade. Assim, a primeira concepção da álgebra é a aritmética generalizada, que inclui cálculos simples e inversos, cálculos mentais, e a manipulação de adições, produtos e potências de números.

Os(as) autores(as) observaram diferenciação no ensino no que diz respeito às etapas de vivência do estudante. No ciclo de alfabetização, a álgebra está direcionada para o desenvolvimento de raciocínios e representações (como indicar o número que falta para completar a sequência numérica, por exemplo). No 4º e 5º anos, ocorre a ampliação desses conhecimentos, como o cálculo de "números desconhecidos", por exemplo, visando à autonomia e ao desenvolvimento de análises e formulações de hipóteses, além da criação de uma linguagem própria e que permita o letramento matemático. Assim, a matemática deverá se relacionar com a compreensão e apreensão de significados, podendo utilizar recursos tecnológicos, como vídeos, jogos, *softwares* educativos e calculadoras como propostas sugeridas pela BNCC.

Ao evidenciarem a proposta da álgebra contida na BNCC para os anos iniciais, apresentam-na como uma inovação e que os

> [...] objetos de conhecimento e habilidades propostas para o ensino de álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é possível observar que o desenvolvimento do pensamento algébrico parte de uma álgebra generalizada, que proporcionará caminhos para que seja aprofundada nas etapas seguintes a esse nível. É importante salientar a não utilização de simbologias e métodos complexos nessa fase, visto seu objetivo ser a alfabetização e o letramento matemático (Santos; Silva, 2020, p. 10).

O currículo da cidade de São Paulo, segundo os(as) autores(as), encontra-se alinhado à BNCC, tendo em sua centralidade o objetivo de orientar o trabalho escolar na sala de aula, sendo parte de um processo transformador e qualificador a partir das práticas adotadas. Tal currículo apresenta "exercícios" contextualizados para os diversos níveis do ciclo de alfabetização e interdisciplinar.

Ao final, constataram que, apesar da consonância dos documentos analisados em relação ao proposto para o ensino de álgebra nessa etapa de escolarização, há necessidade de evolução do material na direção da formação continuada do professor, já que este é o responsável por ensinar o conteúdo em sala. Esperam que a pesquisa possa contribuir para reflexão e para ampliar estudos futuros sobre esta temática.

Em seu trabalho, Kuhn e Schöninger (2021) procuraram apresentar possíveis conexões teóricas e práticas para o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de um estudo documental dos PCN e da BNCC. A pesquisa é parte da conclusão do curso de Especialização em Educação e Saberes para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSul), Câmpus Lajeado, Rio Grande do Sul (RS). A pesquisa é de abordagem qualitativa, tendo como produção de dados a análise documental.

Os principais referenciais para a caracterização do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais são apoiados em Ponte, Branco e Matos (2009), Nacarato e Custódio (2018) e Kaput (1999). Assim, entende-se que a base para o pensamento algébrico deve ir além da repetição de técnicas. Deve promover a capacidade de pensar algebricamente, valorizando diferentes formas de representar ideias e associações matemáticas. Nesse processo, utilizam-se diversos materiais concretos e símbolos para realizar operações como classificar, ordenar e agrupar o conhecimento, bem como para explorar suas propriedades e generalizações.

Ao analisarem os PCN, observaram não ser um documento curricular homogêneo e imperativo. Destina-se à área de matemática e é organizado em ciclos 1º e 2º (atuais, 1º ao 5º anos), 3º correspondia à 5ª e 6ª séries (6º e 7º anos) e, o 4º e último ciclo, à 7ª e à 8ª séries (8º e 9º anos). Os conteúdos são divididos em blocos de números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. A álgebra compunha um conteúdo a ser trabalhado dentro do bloco números e operações, observados com maior intensidade no 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, ou seja, anos finais.

Já a Base se apresenta como um documento normativo de referência nacional para a reformulação dos currículos das redes públicas e privadas de ensino. Para os anos iniciais, são definidas cinco unidades temáticas para a área de Matemática, incluindo a álgebra. São descritos os objetos de conhecimento e as habilidades necessárias. Entre os tópicos elencados estão padrões figurais e numéricos, sequências recursivas e repetitivas envolvendo números, objetos ou figuras, e relações e propriedades da igualdade em operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Também são abordadas as relações inversas entre adição e subtração, e entre multiplicação e divisão, além de grandezas diretamente proporcionais e a partição de um todo em duas partes proporcionais. Esses aspectos são apontados pelos autores como caminhos para o ensino de álgebra nos anos iniciais, utilizando diversos materiais e metodologias.

Entre as ideias envolvidas em álgebra estão a identificação e a exploração dos desafios associados a uma sequência numérica ou geométrica, seja ela repetitiva ou recursiva. Isso inclui a caracterização de um padrão ao identificar suas regularidades e expressá-las. Também é proposto o desenvolvimento da compreensão da relação de igualdade, envolvendo cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão. Dada a dificuldade dos(as) estudantes com esse conceito, sugere-se expandir a compreensão da relação de igualdade para incluir dois termos, duas sentenças de operações em equidade, e não apenas a conclusão de uma operação. Além disso, a noção de proporcionalidade deve ser explorada por meio da resolução de problemas.

Em seus estudos, Kuhn e Schöninger (2021) concluíram que a BNCC trouxe uma mudança no ensino de Matemática para os anos iniciais ao apresentar a álgebra e que os estudantes têm capacidade e necessidade de desenvolver conhecimentos algébricos, de forma lúdica ou convencional, desde a primeira etapa do Ensino Fundamental. Sugerem a promoção da formação continuada pelas instituições de Ensino Superior e a participação dos professores nessas formações em oportunidades de ação em sala de aula em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

No artigo "Early álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: manifestações do pensamento algébrico", Ferreira *et al.* (2021) propuseram analisar qualitativamente a produção escrita de estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental no sentido de identificar possíveis manifestações do pensamento algébrico em suas produções.

Os principais referenciais para a caracterização do trabalho com o tema álgebra nos anos iniciais são autores(as) como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Kieran (2004), Lins e Gimenez (2005), Pimentel e Vale (2009), Ponte, Branco e Matos (2009), Caldeira (2010), Boni e Savioli (2015), Almeida e Santos (2017).

O contexto do estudo ocorreu no final do primeiro semestre de 2017, em uma escola pública da cidade de Londrina-PR, com 17 dos 23 estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental. Trata-se de uma abordagem qualitativa em que os procedimentos metodológicos propostos para análise da tarefa, cujo objetivo era introduzir símbolos como meio de comunicação, foram de acordo com a análise de conteúdos de Bardin (2011).

Além das contribuições dos referenciais apontados, para o trabalho realizado com os(as) estudantes foi importante a contribuição de Ponte, Branco e Matos (2009) ao proporem características para estabelecer concepções acerca do pensamento algébrico.

> [...] representar (em relação à capacidade dos estudantes em utilizar diferentes representações com caracteres de natureza simbólica), raciocinar (tanto dedutivamente quanto intuitivamente tem grande importância o relacionar e o generalizar) e resolver problemas (que trata da utilização de elementos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos ou não, incluindo modelar situações (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 10 *apud* Santos; Silva, 2020, p. 109).

Os resultados indicaram que os estudantes mostraram ser capazes de atribuir significados para as sequências de símbolos presentes na tarefa ao traduzirem informações representadas simbolicamente para outra forma de representação (escrita), mobilizando a vertente de representação do pensamento algébrico proposto por Ponte, Branco e Matos (2009).

Concomitante à tradução das informações, os estudantes estabeleceram relações com fatos possíveis para eles, movimentando características do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017): construir significado e estabelecer relações.

Diante das constatações, Santos e Silva (2020) sugeriram ser possível trabalhar com tarefas que podem propiciar uma introdução ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que, geralmente, não ocorre com a frequência esperada.

No artigo, a generalização teórica e o desenvolvimento do pensamento algébrico são contribuições para a formação de professores dos anos iniciais. Foi desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Educativos e Perspectiva Histórico-cultural (GEPPEDH-MAT) da Universidade Federal de São Paulo. Moretti, Virgens e Romeiro (2021) apresentaram uma discussão teórica a respeito da compreensão do pensamento algébrico pautada pelo conceito de pensamento teórico em Davídov (1988) e pelas proposições de Radford (2011, 2014, 2018) sobre o movimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

O grupo de estudos, além de realizar pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, também desenvolve estratégias teóricas e metodológicas para a formação de professores, tendo por base Situações Desencadeadoras de Aprendizagem – SDA (Moura *et al.*, 2010). Assim, a discussão é materializada por meio de SDA e realizada com um grupo de professores dos anos iniciais em formação continuada.

Os principais referenciais para a caracterização do trabalho com o tema nos anos iniciais são autores(as) como Cedro; Moura (2007), Ferreira; Ribeiro; Ribeiro (2017), Fiorentini; Miorim; Miguel (1993), Panassian (2010), Lanner de Moura; Sousa (2008); Lins; Gimenez (2005); Rdadford (2011, 2018), Kaput (2008) e Kieran *et al.* (2016).

Nesse estudo, percebe-se, especificamente, a centralidade da generalização a partir das compreensões de Davídov (1988) e das camadas de generalidade de Radford (2014, 2018, 2019) ao abordar o ensino da Matemática. Assim, o ensino da Matemática

> [...] deve seguir um movimento que parte do geral para o particular, superando o distanciamento entre a aritmética e a álgebra, de modo que compreender a estrutura envolvida na relação entre as grandezas em situações matemáticas, num contexto geral e analítico, possibilite uma compreensão mais substantiva em situações particulares aritméticas (Davídov, 1988 *apud* Moretti; Virgens; Romeiro, 2021, p. 1463).

A generalização, no entendimento desses dois autores, não é sinônimo de pensamento algébrico, uma vez que o consideram como atributo comum a todo pensamento humano e não consegue capturar toda a especificidade do pensamento algébrico. Concluem que o pensamento algébrico é o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos.

Na concepção de Radford (2014, 2018), destacada pelas autoras, a generalização como característica do pensamento algébrico está relacionada ao caráter analítico e elucidativo necessário para raciocinar algebricamente. Nesse processo, a lei geral é desenvolvida conscientemente, ao contrário do que pode ocorrer em relações aritméticas, onde a regra pode ser “adivinhada”. Pensar algebricamente envolve operar com o desconhecido, tratando-o como se fosse sempre conhecido. Assim, o cerne da generalização algébrica reside na analiticidade, enquanto a resolução de problemas por meio de “tentativa e erro” ou indução aritmética, para chegar à regra geral, é limitada ao campo do pensamento empírico.

Corroborando com esse conceito de generalização algébrica, Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1467) trazem a necessidade de a investigação ocorrer em uma “análise multimodal (linguagem verbal, textos escritos em linguagem natural que explicite a forma de resolução do problema, gestos etc.) que permita ao pesquisador compreender como o sujeito chegou à representação dessa relação geral entre as variáveis”. Elas têm como referencial a teoria da atividade de Leontiev (1983).

Ao apresentarem a SDA e a generalização algébrica com base nos princípios teóricos e metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (Moura *et al.*, 2010), os autores colocaram os sujeitos em atividade com o Problema Desencadeador de Aprendizagem (PDA), conforme Virgens (2019). O objetivo era manifestar as relações internas e externas do conceito no desenvolvimento do pensamento teórico. Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1473) concluíram que, quando a SDA é trabalhada em um contexto de atividade de ensino coletiva e mediada, ela é propícia para desencadear um movimento de generalização substantiva “[...] atuando na zona de emergência do pensamento algébrico, ao colocar os sujeitos diante das necessidades da identificação de variáveis e suas relações e o seu trato de forma analítica, características do movimento histórico-lógico do conhecimento algébrico”.

As autoras apontam a necessidade de uma formação de professores que atuam nos anos iniciais, especificamente no contexto matemático, direcionada para a organização do ensino que promova o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse contexto, atividades escolares devem desenvolver o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos. Na compreensão da álgebra como sistema semiótico de significação cultural, esta deve se configurar como um saber que pode ser encontrado e se tornar objeto da consciência humana na articulação entre professor e aluno. Esse encontro deve ocorrer em movimento de possíveis camadas do processo de generalização, na observação de padrões, controle de quantidades, representação de variáveis, reconhecimento funcional, operações com valores desconhecidos como se fossem conhecidos e que não dependem fundamentalmente de representações simbólicas.

Acrescentamos, por sugestão da banca, dois trabalhos recentes (Quadro 3) que dialogam com a temática apresentada em relação ao pensamento algébrico. Esses trabalhos foram desenvolvidos em formação continuada com professores(as) dos anos iniciais. Assim, socializamos resumidamente essas pesquisas.

Quadro 3 - Pesquisas sobre pensamento algébrico em contexto de grupo colaborativo

Título	Autor/a	Orientador/a	Instituição	Nível	Ano
Indícios da aprendizagem de professoras dos anos iniciais acerca do pensamento algébrico em um grupo de estudos	Jocelei Miranda da Silva	Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (INMA/UFMS)	Dissertação	2022
(Re)vendo a formação continuada de professores que ensinam matemática quando o assunto é pensamento algébrico: limites e desafios	Danielle Abreu Silva	Profª. Drª. Cármen Lúcia Brancaglion Passos	Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Dissertação	2022

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A pesquisa de Silva (2022), realizada com professoras do ciclo de alfabetização em uma escola pública do município de Três Lagoas (MS), objetivou compreender o movimento de aprendizagem dessas professoras em relação ao pensamento algébrico a partir da constituição de grupos de estudos remotos centrados na escola. Os pressupostos metodológicos se desenvolveram de acordo com a pesquisa qualitativa, de caráter descritivo-interpretativo.

Seu foco teórico em relação a álgebra, pensamento algébrico e formação continuada de professores em contextos colaborativos se ancoram em referenciais como: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Ciríaco (2016, 2020), Passos e Nacarato (2108), Lorenzato e Vila (1993), Ferreira, Leal e Moreira (2020), Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016), Magina, Oliveira e Merlini (2018), Blanton *et al.* (2007), Canavarro (2007), Kaput; Blanton e Moreno (2008), Blanton e Kaput (2005), Falcão (2003), Curi e Pires (2008), Curi (2005), Ponte e Branco (2013), Fiorentini (2004), Gama (2007), Almeida e Abreu (2020), Nacarato e Custódio (2018) dentre outros.

Diante dos resultados da pesquisa, Silva (2022) pondera que, de modo geral, a formação inicial das professoras não proporcionou às professoras do ciclo de alfabetização suporte conceitual para desenvolver conteúdos matemáticos, assim como construir fundamentos que possibilitem às crianças aprender Matemática, levando-as a terem aversão a essa disciplina e as situações do cotidiano favoráveis ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

Na modificação dessa realidade, a formação no grupo colaborativo *AlgebrAr* foi positiva no sentido de oportunizar aperfeiçoamento docente, ressignificação de conceitos, superação de dificuldades, ampliação de repertórios de atuação e aprendizagem da docência no âmbito do ensino de Matemática.

Ao analisar a prática dialógica e os efeitos do trabalho colaborativo, focando nas tarefas relacionadas ao pensamento algébrico, o autor concluiu que o grupo adquiriu fundamentos teóricos, metodológicos e conceituais. Esses fundamentos estão diretamente relacionados às situações-problema analisadas e às semelhanças observadas nas práticas das professoras do ciclo de alfabetização.

O autor salienta a relevância para a pesquisa do comprometimento das participantes, valorizando a qualidade das interações e o material produzido, ressignificado e analisado pelas professoras em suas práticas como campo analítico-reflexivo.

Defende a necessidade de repensar a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apontando o fortalecimento de um trabalho de natureza interventiva que pesquisam com os professores, tendo-os como protagonistas de sua aprendizagem e desenvolvimento profissional.

Silva, D. (2022) em seus estudos propôs analisar o movimento de formação continuada em um grupo de estudos, centrado na escola, sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano), visando a uma constituição com características colaborativas.

Nesta direção, o grupo foi constituído em 2019, reuniu-se neste ano e em 2021 para ampliação do repertório didático-pedagógico relacionado ao pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para sua efetivação, foi realizada uma parceria com a Universidade-Escola em ações vinculadas ao Departamento de Teorias e Práticas Pedagógicas (DTPP). Devido à pandemia da COVID-19, os encontros de 2021 transcorreram de forma remota via *Google Meet*.

A pesquisa desenvolvida está situada no campo dos estudos qualitativos, de caráter descritivo-analítico.

No debate das contribuições teórico-metodológicas e conceituais a respeito da inserção do pensamento algébrico nos anos iniciais, o diálogo é realizado com referenciais como: Pires (2008), Soares, Dassie e Rocha (2004), Passos e Nacarato (2018), Ciríaco e Aguilar (2020), Cyrino e Oliveira (2011), Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016), Canavarro (2007), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), Sousa, Panossian e Cedro (2014), Blanton e Kaput (2005), Sousa (2004), Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), Kieran (2004), Ponte (2005) dentre outros.

A autora destaca que o foco específico na unidade temática "Álgebra" e o estudo coletivo centrado na escola proporcionaram momentos de reflexão sobre o conceito de pensamento algébrico e sobre como estabelecer uma cultura colaborativa para a aprendizagem de todos os envolvidos. Nesse contexto colaborativo, foi possível superar a visão individual e reconhecer a pluralidade de perspectivas sobre o mesmo objeto, a Matemática. Isso permitiu rever as formas de atuação das professoras e reconhecer o potencial das tarefas no processo de aprendizagem das crianças.

Ela concluiu que realizar pesquisa com professores traz muitos desafios ao entender que não é sobre eles, mas sim, com eles. Também que a formação continuada proporcionada não conseguiu promover amplamente os aspectos conceituais a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico de modo satisfatório com as professoras, o que não exclui a viabilidade do processo.

Pondera a importância da dimensão do desenvolvimento profissional das professoras que ensinam Matemática em processos reflexivos que culminaram na possibilidade de repensar suas ações e melhor organizarem seu trabalho com as crianças.

Considerando as pesquisas apresentadas, verificamos que todas apontam para a necessidade de formação para o ensino de Matemática em direção ao processo do ensino de álgebra na promoção do desenvolvimento algébrico de professores(as) que atuam ou atuarão nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Vimos que, sem exceção, as pesquisas, o currículo de outros países e, recentemente, no Brasil, os documentos atuais apontam a necessidade de introduzir esse conteúdo desde o início da escolaridade.

Fiorentini e Lorenzato (2006) trazem dados de uma pesquisa realizada pela Universidade de Billefeld (Alemanha) a partir de estudos apresentados em congressos internacionais e entre pesquisas de mestrado e doutorado de 19 países. Dentre as 33 linhas de pesquisas dessa universidade, “álgebra e pensamento algébrico” ocuparam a quarta posição, enquanto “resolução de problemas”, “informática, computadores e ensino aprendizagem de matemática”, “geometria, visualização e representação espacial e pensamento geométrico” ocuparam os três primeiros lugares, respectivamente. Já “aritmética e pensamento aritmético” ficaram em oitavo e, em décimo, “formação e treinamento de professores”.

Observamos que, em alguns países, essa temática já era relevante desde a década de 90. Em contraste, o Brasil ainda está dando os primeiros passos em direção a uma formação consistente no ensino de Matemática. Como resultado, ainda se busca proporcionar um processo de ensino-aprendizagem que permita aos estudantes se apropriar desses conhecimentos com menor dificuldade.

Compreendemos que não basta esse conteúdo fazer parte do currículo. É necessário buscar caminhos que promovam a viabilização concreta nas práticas desses(as) profissionais que necessitam de formação continuada, que evidenciem metodologias diferenciadas das tradicionais ao privilegiar a manipulação de símbolos e a memorização de regras. Mesmo diante de tantas mudanças impostas e dados insatisfatórios produzidos na educação, há a necessidade de repensar as práticas pedagógicas, conforme evidencia Paniago (2017).

> Apesar das transformações aceleradas no mundo, nas diversas práticas sociais, a educação continua com resultados preocupantes, e muitos dos professores ainda assentam suas práticas na forma como foram ensinados, valorizam um processo formativo perspectivado na reprodução de conhecimentos, sem contextualização com o meio do aluno e ausente da possibilidade de (re)construção de conhecimentos (Paniago, 2017, p. 69).

É urgente que esses(as) profissionais realmente queiram e mudem sua *práxis* pautados(as) na autorreflexão e tenham condições materiais e imateriais de trabalho, como material pedagógico, salas com quantidade razoável de estudantes, autonomia em sala de aula, valorização profissional.

Para que isso ocorra, no entanto, é fundamental a compreensão aprofundada dos conceitos teóricos. Enquanto nas pesquisas direcionadas à Licenciatura em Pedagogia, em que a maioria dos(as) autores(as) tem formação inicial em Licenciatura em Pedagogia, este quadro se inverte em relação aos trabalhos desenvolvidos acerca de álgebra e pensamento algébrico. Ao visitarmos o *curriculum lattes* dos(as) 18 pesquisadores(as), notamos que 14 (77,78%) têm formação em Licenciatura em Matemática, somente 3 (16, 67%) são pedagogos(as) e 1 (5,55%) possui as duas formações. Assim, mais uma vez, acreditamos na articulação entre as licenciaturas, caminho apontado por Martins, Nacarato e Moretti (2023).

Evidenciamos também que as pesquisas direcionam para dois movimentos na compreensão da generalização apontada como essencial no desenvolvimento do pensamento algébrico. Enquanto a maioria das pesquisas assinala que, para atingir esse conceito deve-se partir do particular para o geral, Moretti, Virgens e Romeiro (2021) apresentam um caminho inverso, o qual pode partir do geral para o particular. Além disso, a generalização não é sinônimo de pensamento algébrico, mas faz parte de todo pensamento humano, podendo ser a superação do distanciamento entre a aritmética e a álgebra.

Assim, entendemos que a escolha entre uma vertente ou outra exigirá muito estudo e entendimento em sua materialização nas práticas em sala de aula e deve estar em constante atividade em relação ao ensino e aprendizagem. No próximo tópico, discutiremos o que os referenciais apontam e que corrobora com essas pesquisas aqui apresentadas.

2. 2 Aspectos históricos e concepções didáticas da "álgebra"

Historicamente, a compreensão do que vem a ser álgebra foi sendo modificada ao longo da história. De acordo com Baumgart (1992), o conhecimento algébrico passa por três períodos: a álgebra retórica (somente palavras), a sincopada (usadas abreviações) e a simbólica (símbolos e sua manipulação).

Segundo Baumgart (1992), a álgebra babilônica tinha como característica a retórica. Os babilônios conseguiam resolver sistemas de equações que hoje chamamos de sistemas de equações por substituição e diversas equações até cúbicas e quárticas. Todas as equações possuíam, entretanto, coeficientes numéricos e os métodos de resolução eram explicados apenas com o uso de números (aritmética). Já os gregos conheciam os métodos babilônicos de resolução de equações, mas possuíam uma álgebra também retórica e geométrica. Seus enunciados algébricos eram explicados a partir da geometria.

Como indicado por Baumgart (1992), o segundo período da álgebra, a sincopada, começa quando Diofanto de Alexandria, um matemático, de posse dos conhecimentos babilônios, introduziu o estilo sincopado ao expressar as incógnitas em termos de parâmetros e não mais de forma retórica. Na Matemática hindu, destacam-se os matemáticos *Brahmagupta* e *Bhaskara*, que resolviam equações quadráticas e foram os primeiros a dar métodos gerais de solução de equações. Também usavam o estilo sincopado utilizando palavras abreviadas para as incógnitas. Baumgart (1992) cita as abreviações "ya e ka" como sendo as nossas incógnitas x e y.

A expressão "*cubus* p. 6 *rebus aequalis* 20", de Cardano (1545), foi utilizada pelos algebristas italianos como um exemplo de forma sincopada de equação, que, em linguagem simbólica posterior, corresponderia a "$x^3 + 6x = 20$" (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 80). Assim, a álgebra (retórica e a sincopada) seria relacionada à álgebra não simbólica, remetendo, respectivamente, ao uso da linguagem corrente na representação e à resolução de equações, bem como ao uso de termos abreviados com a mesma finalidade.

Para Baumgart (1992), o terceiro período da álgebra teve como elementos a facilidade do sistema numérico indo-arábico, a invenção da imprensa que acelerou a padronização dos símbolos e a retomada de viagens comerciais, o que favorecia uma economia forte e sustentava a atividade intelectual. Esses foram os motivos para a álgebra se desenvolver na Europa em 1500. As notações algébricas, aos poucos, foram sendo aperfeiçoadas e muitos símbolos foram surgindo. Baumgart (1992) cita o sinal de igualdade introduzido por Robert Recorde, sinal este de importância fundamental para a compreensão do desenvolvimento do pensamento algébrico.

A grande mudança da álgebra, segundo esse mesmo autor, foi quando passou de manipulativa de equações apenas, com coeficientes numéricos, para uma álgebra que trabalha com propriedades genéricas. Esta, surge com François Viéte, quando introduziu letras como coeficientes genéricos, possibilitando aumentar e multiplicar raízes de uma equação, ou seja, manipular genericamente as equações, dando início à álgebra moderna de Newton e Leibniz, a qual abrange conhecimentos, superando a mera representação de equações e os seus métodos de resolução.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) afirmam que a álgebra surgiu com Diofanto ao introduzir um símbolo literal para incógnita e por utilizar uma linguagem mais precisa e específica para anunciar o pensamento algébrico. Desse modo, a álgebra simbólica "corresponderia ao momento em que as ideias algébricas passam a ser expressas somente através de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras" (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 80). É importante destacar que, ao considerar os períodos históricos da álgebra, seria um equívoco fazer uma comparação ingênua que sugerisse, conforme Moretti, Virgens e Romeiro (2021), uma hierarquização em que a álgebra simbólica fosse considerada superior à álgebra retórica em relação ao seu período histórico e cultural de produção.

Diante da algébrica simbólica, Souza, Panassion e Cedro (2014, p. 18) pontuam que é "[...] necessário compreender os conceitos algébricos dentro de um sistema de conceitos inter-relacionados, atribuindo significado aos seus símbolos, compreendendo os processos de generalização realizados". Com a consolidação da linguagem simbólica, houve avanços na ciência, no entanto, isso trouxe problemas ao estudante que apreende conteúdos carregados de simbolismo sem significados. Ou seja, um ensino voltado a uma abordagem tradicional, de modo mecânico, pautado em memorização de técnicas de resolução, com manipulação de símbolos, em detrimento do raciocínio algébrico com significados reais das operações e suas propriedades, a fim de promover a generalização.

Lins e Gimenez (1997, p. 162) acreditam que tanto a educação aritmética, quanto a algébrica, para o século XXI, devem cumprir seu papel de extrapolar os muros da escola, isto é, "[...] tornar-se mais efetiva em seu papel de ajudar alunos a *aumentar* seu repertório de modos de produzir significado". O que é consenso entre os(as) autores(as) é que o ensino de álgebra é fundamental desde o início da escolarização. Postula-se a viabilidade desse ensino que promova o pensamento algébrico, envolvendo diversidade de situações que abrangem relações, variações, regularidades.

Estudiosos(as) têm dedicado atenção ao discutir a respeito de álgebra, o conceito de pensamento algébrico e conteúdo que fazem parte do currículo na Educação Básica, em especial no contexto do ensino da Matemática nos níveis elementares, ou seja, nos anos iniciais. Tradicionalmente, a álgebra escolar está associada a simplificar expressões algébricas, resolver equações, apropriando-se de regras de manipulação de símbolos, cálculo literal, funções (Lins; Gimenez, 1997; Kaput, 1999).

Na visão de Kaput (1999), a álgebra escolar tem sido ensinada como um conjunto de procedimentos desconectados de outros conhecimentos matemáticos e do mundo real de estudantes. Ou seja, uma álgebra mecânica, em que as atividades apresentadas são genéricas.

Lins e Gimenez (1997) discutem sobre o que é considerado álgebra, evidenciando que o consenso é construído com base em conteúdo. Questiona de que forma deve ser elaborado o currículo para a educação algébrica, se os conteúdos tradicionais são relevantes ou se devem ter a inclusão de outros.

Nessa perspectiva, pode-se elencar concepções em relação ao ensino-aprendizagem de álgebra. A primeira concepção é a letrista, que consiste em "calcular com letras", uma visão banal que reduz a álgebra tão somente a sua vertente simbólica. Historicamente, essa linha tem seu início com os babilônios e os egípcios (cerca de 1770 a. C), passa por Diofanto (por volta do ano de 250) com a introdução de um sinal especial denominado de incógnita em uma equação semelhante à que temos atualmente. Perpassa, ainda, pelo francês Vieta (cerca de 1550), que sistematiza o uso de letras para representar os dados (valores conhecidos), com regras próprias (Lins; Gimenez, 1997).

Essa visão, fundamentada em treinos e práticas constantes com ênfase no simbolismo abstrato e desvinculada de elementos concretos, leva os adeptos a considerar que as atividades de ensino-aprendizagem se resumem a cálculos com letras em uma "[...] sequência *técnica (algoritmo)/prática (exercícios)* (Lins; Gimenez, 1997, p. 105, grifo dos autores). Apontam um certo "avanço" ao incluir outros elementos no intuito de aprender manipular corretamente os símbolos, por metodologias com situações "concretas"; citam a utilização de balanças de dois pratos e áreas para "ensinar" resolução de equações e produtos notáveis, respectivamente. Esses autores, no entanto, sugerem cuidados ao utilizar desses apoios, classificando-os como atividades facilitadoras, mas não em sentido positivo, ao constatar que estudantes não faziam relação entre o fazer "concreto" e o "formal".

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) requerem que, de acordo com essa concepção, predomina a crença de técnicas mecânicas denominadas transformismo algébrico, sendo necessário e suficiente que estudantes, ao dominar essas regras, resolvessem problemas, na maioria artificiais, sem levar em conta sua natureza e relevância e que, posteriormente, aplicassem em situações concretas.

A segunda concepção corresponde à visão estruturalista em que um mundo completamente "abstrato" é apresentado. Seus defensores acreditam que, com a introdução de notação algébrica, determina-se mudanças conceituais na manipulação de símbolos na resolução de problemas, descaracterizados de qualquer significado. Direciona-se para as estruturas algébricas abstratas ou das transformações geométricas. Ponte, Branco e Matos (2009) salientam que, para fundamentar e justificar as transformações a serem realizadas, centraliza-se atenção às propriedades estruturais.

Ponte, Branco e Matos (2009), ao apresentarem a simbólica como terceira concepção, como a que procura sanar as limitações das anteriores, mas que preserva suas contribuições, apontam que, na resolução de problemas, leva-se em conta o valor instrumental, no entanto, desconsidera-se a resolução em uma única direção por meio de uma equação ou sistema de equações. A produção de significados relativos aos símbolos é enfatizada, assim como a busca por regularidades, sendo evidenciadas por meio de estruturas e o desenvolvimento do pensamento funcional no estabelecimento de relações entre variáveis. "Procura agora valorizar-se a linguagem algébrica como meio de representar ideias, e não apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas" (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 15).

Os autores salientam que as atividades a serem desenvolvidas têm caráter exploratório ou investigativo por meio de sequências, regularidades e relações numéricas que oportunizam, nos anos iniciais de escolarização, o pensamento algébrico. Nessa perspectiva, a linguagem simbólica-formal potencializa o desenvolvimento do pensamento algébrico ao utilizar um "[...] simbolismo conciso por meio do qual é possível abreviar o plano de resolução de uma situação-problema, o que possibilita dar conta da totalidade e da estrutura da situação" (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 89).

Blanton e Kaput (2011) asseguram que é importante, desde os anos iniciais, a introdução da notação simbólica de maneira significativa, pois, para as crianças, ao aprenderem a raciocinar simbolicamente, as dificuldades em relação às abstrações do pensamento algébrico serão minimizadas ao avançar para os anos seguintes. Radford (2006) chama a atenção para o fato de que usar letras não equivale a fazer álgebra. E assinala a história da Matemática evidenciando que a álgebra pode ser materializada em outros sistemas semióticos e desenhos geométricos. Partindo, portanto, dessa visão acrescida de outros elementos é que se direciona o foco desta pesquisa.

Em síntese, verificamos ser impossível especificar o tempo histórico do surgimento da álgebra, tarefa a que historiadores(as) se debruçaram e, por meio de sua historicidade, trazem momento de sua evolução, no entanto a maior preocupação para o ensino de álgebra nos anos iniciais é potencializar seu desenvolvimento por meio do pensamento algébrico.

Consideramos que o conhecimento está em constante movimento e se apropriar dos saberes construídos historicamente pela humanidade é uma constatação fantástica, uma outra descoberta. Assim, para pensar como o conhecimento sobre álgebra se apresenta no ensino é fundamental entendermos a formação de professores(as) inicial e continuada no Brasil, apontarmos mudanças nos currículos, nos planos de curso da graduação em Licenciatura em Pedagogia, já que são/serão os(as) pedagogos(as) os responsáveis por ensinar Matemática nos anos iniciais. Nessa direção, torna-se necessário focarmos em uma formação e aprendizagem humanas, participativas, significativas. Uma álgebra em perspectiva de investigação, ação, cooperação, de novas metodologias.

2. 3 Álgebra ou pensamento algébrico?

Não há consenso, entre estudiosos(as), a respeito do que seja álgebra e pensamento algébrico, uma vez que existem múltiplas visões. Assim, nesta seção, procuramos elencar a compreensão dessa temática fundamentada em autores(as) que promoveram pesquisas em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade.

Lins (1994, p. 30) entende que álgebra e pensamento algébrico são distintos. Para esse autor, a álgebra é um texto, e o pensamento algébrico é um modo, dentre outros, de produzir significado para a álgebra. O significado é a relação entre uma crença-afirmação e a justificativa feita no momento da anunciação, o que definiu como campo semântico.

Nacarato e Custódio (2018, p. 27) corroboram essa distinção entre álgebra e pensamento algébrico, no entanto, são conceitos indissociáveis e complementares. Essas autoras, apoiadas em Squalli (2000), conceituam álgebra como uma linguagem, sendo um tipo particular da atividade matemática, e "[...] o pensamento algébrico é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à álgebra (pensar analiticamente, generalizar, abstrair, etc.)".

Lins e Gimenez (1997) asseveram que não há consenso em torno do que seja pensar algebricamente, mas sim em relação ao conteúdo algébrico: equações, cálculo literal, funções. Nessa direção, Radford (2006) afirma que essa indefinição seja devido ao amplo escopo de objetos algébricos (equações, funções, padrões), processos (inversão, simplificação) e, em geral, há muitas formas de desenvolver o pensamento algébrico.

Ayla-Altamirano e Molina (2021, p. 213) assumem que a álgebra abrange as quantidades indeterminadas (incógnitas, variáveis, parâmetros ou números generalizados) com o uso da analiticidade, uma vez que a "[...] analiticidade é a chave para diferenciar a aritmética da álgebra".

Kaput (1999) acredita que, para a efetivação desse caminho, existem desafios como professores(as) que não foram preparados(as) para ensinar esse conteúdo e que esse percurso envolve generalização e sua representação em linguagens cada vez mais formais. Elenca, ainda, cinco caminhos para o desenvolvimento do pensamento algébrico: 1) generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática; 2) propõe uso significativo de simbolismo; 3) estudo da estrutura no sistema de numeração; 4) estudo das funções, relações; 5) a integração das quatro primeiras no processo de modelagem matemática.

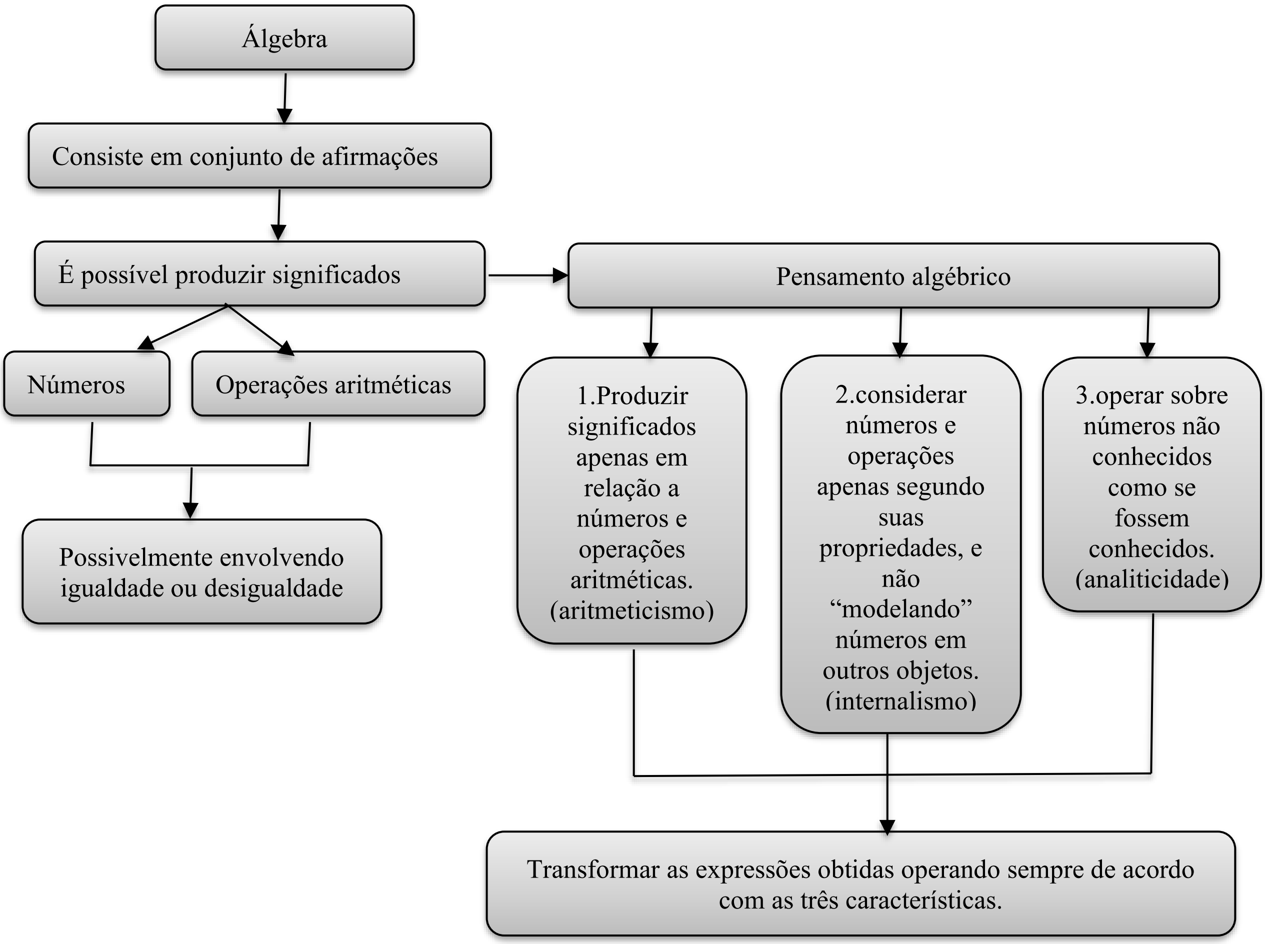
Nessa direção, a álgebra escolar tem sido tradicionalmente ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desconectados tanto de outros conhecimentos matemáticos quanto do mundo real de estudantes. E que falta aos (as) estudantes oportunidades de

> [...] refletir sobre suas experiências nem o suporte para articular seus conhecimentos a outros. Em vez disso, eles memorizam procedimentos que eles conhecem apenas como operações em sequências de símbolos, resolvem problemas artificiais que não têm significado para suas vidas, e não são classificados na compreensão dos conceitos matemáticos e raciocínio envolvidos. [...] Pior de tudo, suas experiências em álgebra muitas vezes os levam a afastam-se da Matemática antes de terem experimentado não só a sua própria capacidade de construir conhecimento matemático e 70orna-lo seu, mas, mais importante, compreender sua importância – e utilidade – para suas próprias vidas (Kaput, 1999, p. 2).

Desse modo, a Matemática, desvinculada da prática social de estudantes, não configura um aprendizado que poderá transformar suas vidas, tornando-o sem sentido ao ter constatado nas escolas.

Lins e Gimenez (1997) procuram mostrar caminhos do que seja "pensar algebricamente". Essas ideias estão representadas no Organograma 1.

Organograma 1- Álgebra e pensamento algébrico



Fonte: Elaborado pela autora, de acordo com Lins e Gimenez (1987, p. 150-151)

Na tentativa de explicarmos o organograma acima, propomos um exemplo bem simples, que pode ser explorado de acordo com a idade/série de cada estudante do Ensino Fundamental (anos iniciais e finais). Problema: “No estacionamento da escola, existem carros e motos, totalizando 14 veículos. Desses, 6 são carros” (adaptado de Lins e Gimenez, 1997). Quantas são as motos?”.

Na resolução, os(as) estudantes vão calcular, utilizando método, contagem, algoritmo escrito, desenho e, possivelmente, irão descobrir que são 8 motos (Aritmeticismo). O que acontece é que o(a) estudante irá retirar dos 14 veículos os 6 carros (Internalismo). Aqui, ao realizar as operações inversas, estão utilizando as propriedades das operações, o sinal de igualdade como equivalência, ou seja, $14 = \square + 6$ (problema inicial). Assim, ao “retirar” 6 de cada lado da igualdade, o resultado será 8, representando o valor do $\square$. Poderão ser exploradas também propriedades da aritmética, como a comutativa. Assim, estamos lidando com quantidades específicas.

Ao avançarmos nas proposições, podemos apresentar uma situação genérica: a atenção é direcionada ao que é geral, e não ao processo de "generalização" (Lins; Gimenez, 1997). Nesta construção, utilizaremos C para carros, M para motos e V para veículos. A expressão poderá ser C + M = V. Nesse momento, ao questionarmos como seria a expressão para qualquer quantidade, o(a) estudante poderá responder dizendo ser a expressão construída ou suas variações como V – C = M, V – M = C. Esse(a) estudante atingiu a analiticidade, manipulou elementos desconhecidos como se fossem conhecidos. A notação pode ser sugerida pelo(a) professor(a), ou discutida com os(as) estudantes. Também pode-se explorar o significado dos sinais =, -, + e as propriedades das operações (Lins; Gimenez. 1997).

Segundo esses autores, para que haja desenvolvimento do pensamento algébrico, as atividades propostas devem seguir três características: aritmeticismo, internalismo e analiticidade. O pensamento algébrico, para esses autores, é apontado como um dos modos de produzir significado para as "coisas" da álgebra.

Para eles, a produção de significado é central ao propor uma atividade. "[...] *significado* é o conjunto de coisas que se diz a respeito do objeto. Não o conjunto do que se *poderia* dizer, e sim o que *efetivamente* se diz no interior de uma atividade" (Lins; Gimenez, 1997, p. 143, grifo dos autores). Então, para eles, produzir significado é falar a respeito do objeto, explorá-lo. Nessa direção, Lins e Gimenez (1997, p. 146) consideram vários aspectos na produção de significados, dos quais pontuamos alguns que julgamos pertinentes para o momento:

a) A atividade em questão e a tarefa que a origina;
b) Os textos sendo produzidos – notações, diagramas, escrita, fala, gesto e sua eventual constituição em objeto;
c) O papel do professor como mediador;
d) Os estudantes como interlocutores uns dos outros;
e) A existência de certos modos de produção de significados que queremos que os(as) estudantes dominem e
f) A existência de *afirmações* que venham a ser assumidas como corretas.

Os autores chamam a atenção para o aspecto (f), ao pontuarem que as abordagens tradicionais em Educação Matemática, ou nem tanto, tornam esse aspecto como exclusividade, ou o centralizam, tornando os outros aspectos inexistentes.

No Quadro 4, trazemos as principais definições relativas ao pensamento algébrico segundo Kieran (2004), Radford (2006), Carraher *et al.* (2006), Blanton e Kaput (2011). Assim, estruturamos uma síntese de considerações desses(as) autores(as) a respeito do pensamento algébrico.

Quadro 4 - Conceitos relativos ao pensamento algébrico

Autores(as)	Pensamento algébrico
Kieran (2004)	Envolve o desenvolvimento de maneiras de pensar dentro de atividades para as quais a álgebra símbolo-letra pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivas da álgebra e que podem ser engajadas sem usar qualquer álgebra simbólica-letra, como analisar as relações entre as quantidades, observar a estrutura, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e prever
Radford (2006)	O pensamento algébrico é uma forma particular de refletir matematicamente. Mas o que torna o pensamento algébrico distinto? - A primeira trata de uma sensação de indeterminação própria de objetos algébricos básicos como incógnitas, variáveis e parâmetros - Em segundo lugar, objetos indeterminados são tratados analiticamente - Terceiro, o que torna o pensamento algébrico é também o modo simbólico peculiar que ele tem para designar seus objetos
Carraher *et al.* (2006)	A generalização está no cerne do raciocínio algébrico, as operações aritméticas podem ser vistas como funções e a notação algébrica pode dar suporte ao raciocínio matemático
Blanton e Kaput (2011)	O pensamento algébrico é entendido como um domínio fluido de pensamento que permeia toda a matemática, não como um conjunto de tarefas ou um currículo prescrito.

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Como se pode observar, há diferenças tênues entre alguns casos, a exemplo da proposição de utilização simbólica-letra. Também podem ser percebidas definições com muitas diferenças, como é o caso do pensamento algébrico como tema transversal e operações aritméticas vistas como funções. Tênues ou marcantes, todos os autores trazem grandes contribuições ao campo ao definir o que é pensamento algébrico.

Ligado à definição de pensamento algébrico está o conceito de generalização. Alguns autores(as) entendem que a generalização é a capacidade de perceber algo geral no particular, além de ver o geral no particular, podendo expressar algebricamente. Um dos conceitos propostos por Kieran (1989) é que a generalização pode ser verificada ao se trabalhar com padrões, como um caminho para a álgebra o qual repousa na ideia de uma correspondência entre pensamento algébrico e a generalização.

Kaput (1999) assinala que generalização e formalização podem ser verificadas em situações matemáticas propriamente ditas, tendo início na aritmética, raciocínio e comunicação em situações fora da matemática, as quais podem ser modeladas matematicamente, presentes no raciocínio quantitativo.

Como forma de expressão dessas generalizações, é necessário utilizar alguma linguagem, podendo ser a formal, entonações, gestos ou outros, não tendo necessariamente o envolvimento de símbolos. No caso da escolarização nos anos iniciais, a necessidade do ouvido atento do(a) professor(a) é fator importante para identificar a expressão da generalidade ou a tentativa de que uma declaração acerca de um caso particular seja tomada como geral. Nacarato e Custódio (2018) traduzem essas linguagens em natural, gestual e simbólica e expressam que pela generalização o alcance do raciocínio ou da comunicação se estende para além dos casos particulares na identificação do que há de comum entre eles.

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), a generalização pressupõe a descoberta e comprovação de propriedades que se constatam em toda uma classe de objetos, dando atenção não só aos objetos, "[...] mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato".

Já para o pesquisador russo Davídov (1988) *apud* Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1463), o ensino da Matemática deve direcionar para um movimento que parte do geral para o particular, com o intuito de superar o distanciamento entre aritmética e a álgebra, "[...] de modo que compreender a estrutura envolvida na relação entre as grandezas em situações matemáticas, num contexto geral e analítico, possibilita uma compreensão mais substantiva em situações particulares aritméticas".

No entendimento de Davídov (1988), pontuado pelas autoras, a generalização pode ser empírica ou teórica. O empírico se caracteriza pelo movimento com base na lógica formal, valorizando relações aparentes e externas do objeto. Assim, a generalização empírica, típica do pensamento empírico, ocorre na redução do concreto ao abstrato, de modo que, a partir de características comuns e classificações empíricas, sensoriais e particulares, busca-se abstrair uma lei que generaliza empiricamente outras situações semelhantes. Já o pensamento teórico, mediado por conceitos teóricos, está fundamentado na lógica dialética e aspectos tanto externos quanto internos do objeto estão em relação constante. De tal modo, acompanha um movimento de redução do concreto sensorial para o abstrato, de ascensão do abstrato ao concreto pensado.

Radford (2006) apresenta como a generalização pode ser verificada na aritmética (generalização aritmética) e na álgebra (factual, contextual e simbólica). Dessa forma, de acordo com esse autor, a generalização pode ser aritmética ou algébrica. Ambas levam ao desenvolvimento do pensamento algébrico, ocorrendo processos de desenvolvimento mais ou menos avançados. A generalização aritmética se refere a resolver alguns casos isolados, em uma comunidade local, sem reconhecer uma estrutura comum e sem poder usar essa informação para fornecer uma expressão de qualquer termo da sequência.

Conforme estudado por Radford (2006), as três camadas de generalidade algébrica são a factual, a contextual e a simbólica. A camada factual expressa a compreensão das relações gerais de um padrão por meio de palavras, frases e gestos factuais. A camada contextual envolve a relação entre variáveis, com a generalidade adquirindo um caráter verbal e desvinculando-se do caso particular. Já a camada simbólica é aquela em que os meios semióticos simbólicos expressam a maneira geral de formação de uma sequência. Em tarefas desenvolvidas por estudantes, é possível perceber algum nível de analiticidade em cada uma dessas camadas.

Ayala-Altamirano e Molina (2021, p. 214) enfatizam que, nesses casos, o foco dos(as) estudantes se concentra em "[...] encontrar um resultado numérico específico, sem estabelecer relação entre os casos particulares". A generalização algébrica refere-se a quantidades indeterminadas, pressupõe o raciocínio analítico e recorre a várias formas de expressão. Assim, pode-se verificar em atividades realizadas por estudantes os caminhos que percorrem no desenvolvimento do pensamento algébrico, observando os processos de generalização. Os(as) autores(as) trazem três conceitos de generalização:

- Generalização Factual: Ocorre dentro de uma camada elementar de generalidade – uma na qual o universo do discurso não vai além de figuras particulares. A indeterminação é a primeira característica do pensamento algébrico. Não atinge o nível da enunciação: ela se expressa em ações concretas (por exemplo, "1 mais 2, 2 mais 3"). A indeterminação permanece sem nome; a generalidade repousa em ações realizadas em números; as ações são feitas aqui de palavras, gestos e atividade perceptiva.
- Generalização Contextual: A indeterminação tem que ser nomeada, relacionada a objetos do contexto. São contextuais na medida em que se referem a objetos contextuais, corporificados, como "a próxima figura" que supõe um ponto de vista privilegiado de onde a sequência é supostamente vista, possibilitando, assim, falar sobre a figura e a próxima figura. Não fornece uma expressão direta para qualquer figura dada.
- Generalização Simbólica: Expressa a generalização por meio de símbolos alfanuméricos. A compreensão e o uso adequado do simbolismo algébrico implicam na obtenção de um modo cultural desencarnado de usar os signos e significar por meio deles.

Fazendo referência às duas últimas generalizações, os(as) autores(as) explicam que o indeterminado é nomeado, isto é, torna-se linguisticamente explícito. Na generalidade contextual, os objetos gerais são nomeados através de uma descrição incorporada e situada deles (por exemplo, “a próxima figura”, “a linha superior”, etc.). Na generalidade simbólica, os objetos e as operações realizadas com eles são expressos por meio do sistema semiótico alfanumérico da álgebra.

Observa-se que a generalização pode ser observada em diversos processos, perpassando pela generalização aritmética até a generalização algébrica. O importante é que os(as) estudantes consigam avançar ao generalizar até atingir a analiticidade.

Em síntese, podemos citar três momentos históricos da álgebra: retórica, sincopada e simbólica, desconsiderando uma hierarquia entre elas. Vimos que a álgebra e o pensamento algébrico são indissociáveis e complementares, sendo o pensamento algébrico necessário à álgebra como conjunto de habilidades que pressupõe pensar analiticamente, generalizar, abstrair.

Outra concepção é que o pensamento algébrico é uma das maneiras de produzir significado para a álgebra, e a generalização é parte essencial desse pensamento, como qualquer outro. Dentre as formas de desenvolver o pensamento estão a aritmética generalizada, o pensamento funcional e a modelação. As concepções didáticas sobre a álgebra são apontadas pelos letristas, estruturalista e simbólica.

Considerando essa síntese, pontuamos a necessidade de explicarmos a respeito de algumas questões e de nos posicionarmos quanto aos conceitos, entendimento em relação à pré-álgebra, *Early* álgebra, distinção entre álgebra e pensamento algébrico, verificados no Quadro 5.

Quadro 5 - Posicionamentos importantes em relação à álgebra

Questões pertinentes	Posicionamentos
Primeiro se ensina a aritmética depois a álgebra?	A álgebra deverá compor todo o currículo da Educação básica (Ed. Infantil ao Ensino Médio). Não há entendimento de que uma deve ser iniciada primeiro que a outra. A ideia é de que, numa educação matemática, os conceitos sejam tratados como intimamente entrelaçados em vez de separados (Carraher *et al.*, 2006). Uma compreensão profunda de aritmética, por exemplo, requer generalizações de natureza algébrica. A aritmética tem um caráter inerentemente algébrico e pode ser considerada de forma útil como uma parte da álgebra em vez de um domínio antitético à álgebra. Proponentes da E*arly* álgebra, geralmente, buscam a continuidade entre aritmética e álgebra. A álgebra deveria permear o currículo em vez de aparecer em cursos isolados na Educação Básica (Carraher; Schliemann, 2007). Para Camargo *et al.* (2018), o pensamento algébrico pode se desenvolver antes do pensamento aritmético, ou simultaneamente a ele. Muitas vezes, acreditamos

	que estamos ensinando aritmética, mas, na verdade, estamos contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Um não é pré-requisito para o outro, portanto
Álgebra e pensamento algébrico são distintos?	Álgebra – a álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (Canavarro, 2006). Pensamento algébrico – o processo pelo qual estudantes generalizam ideias matemáticas, a partir de um conjunto de casos particulares, estabelece essas generalizações por meio de discurso argumentativo e expressam-nas de formas progressivamente mais ou menos adequadas à sua idade (Blanton; Kaput, 2005) Refere-se a processos psicológicos na resolução de problemas que envolvem Matemática e pode expressar facilmente usando notação algébrica (Carraher; Schliemann, 2007). O pensamento algébrico é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à álgebra (pensar analiticamente, generalizar, abstrair, etc.) (Nacarato e Custódio, 2018)
Abordagens pré-algebra e E*arly* álgebra são a mesma coisa?	Abordagens pré-algébrica – Puramente numérica. Visam a facilitar a transição abrupta da aritmética para a álgebra. Abordagens E*arly* álgebra – Reconhecem que símbolos matemáticos são empregados diversamente em aritmética e álgebra. Não nega que a álgebra caminha em direção a objetos matemáticos cada vez mais abstratos e depende de técnicas e formas representacionais cada vez mais elaboradas (Carraher; Schliemann, 2007)
Quais são os sistemas de representações simbólicos? É permitido utilizar símbolos como letras?	Natural, escrita algébrica, representações tabulares e gráficos, linhas numéricas, sentenças numéricas. Desde as séries iniciais, a introdução da notação simbólica deve ocorrer de maneira significativa, pois as crianças, ao aprenderem a raciocinar simbolicamente, as dificuldades em relação as abstrações do pensamento matemático serão minimizadas ao avançar nas séries seguintes. Partindo dessa visão acrescida de outros elementos, portanto, é que se direciona o foco dessa pesquisa (Blanton; Kaput, 2011)
Importância de entender a álgebra como uma atividade humana. Perspectiva sobre "prontidão para álgebra" é que as experiências em construindo, expressando e justificando generalizações matemáticas - para nós, o coração de álgebra e pensamento algébrico - deve ser um processo contínuo que começa no início da escolarização formal, sem conteúdo para as séries posteriores para as quais o ensino fundamenta as crianças são "preparadas" por meio de um foco singular e míope na aritmética (Kaput; Blanton, 2011)	

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Como desenvolver o pensamento algébrico? O raciocínio algébrico pode assumir várias formas. O Quadro 6 procura justapor as nomenclaturas apresentadas ao longo da pesquisa apontadas como caminhos para se pensar algebricamente. Elas querem dizer, ou não, o mesmo acontecimento? O entendimento é de que são os mesmos processos, no entanto, com nomenclaturas diferentes.

Quadro 6 - Modos de desenvolver o pensamento algébrico

Pensamento algébrico			
(Lins e Gimenez, 1987)	Aritmeticismo	Internalismo	Analiticidade
(Kaput, 2008)	Aritmética generalizada	Pensamento funcional (estudo das funções)	Modelação
(Radford, 2006)	Generalização Factual	Generalização contextual	Generalização simbólica (Analiticidade)

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Radford (2006), Lins e Gimenez (1987) pontuam que o que caracteriza o pensamento algébrico é o modo simbólico que ele tem para designar objetos e que os símbolos podem ser ou não letras, mas advertem que somente o uso de letras não equivale a fazer álgebra. Desse modo, a importância reside em valorizar o pensamento do(a) estudante, e não a habilidade de calcular com letras.

As atividades em análise estão direcionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico e estão pautadas em autores(as) que consideram seu desenvolvimento focado no ensino da aritmética generalizada, um olhar para as estruturas e operações com números e a igualdade com noção de equivalência. O pensamento funcional em suas múltiplas manifestações é um fator constituinte no desenvolvimento desse pensamento. O Quadro 7 sintetiza essas escolhas.

Quadro 7 - Categorias e subcategorias do pensamento algébrico

Aritmética generalizada
Conferir propriedades e relações de números inteiros
Averiguar propriedades das operações com números inteiros
Verificar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades
Conceber o número algebricamente
Pensamento funcional
Verificar padrão/regularidades em sequências operando com expressões simbólicas, ou seja, utilizar símbolos para modelar problemas
Representar dados graficamente
Utilizar várias representações de dados (tabela, gráfico, desenho)
Encontrar relações funcionais
Relacionar as operações aritméticas como funções

Fonte: Adaptado de Blanton e Kaput (2005); Carraher *et al.* (2006); Carraher e Schliemann (2007)

De acordo com Blanton e Kaput (2005), essas categorias são as mais exploradas nos anos iniciais. Desse modo, concentramo-nos no desenvolvimento do pensamento funcional, por meio de um processo em que as tarefas propostas são transformadas em oportunidades para generalizar padrões e relações matemáticas, variando um único parâmetro de tarefa (por exemplo, o número de camisetas no varal ou a posição que ocupa na sequência).

2. 4 Iniciação algébrica e pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental

É consenso entre pesquisadores(as), como Blanton e Kaput (2011), Carraher *et al.* (2006), Carraher e Schliemann (2007), Kaput (1999), Lins e Gimenez (1997), Radford (2006), dentre outros(as), a postulação do ensino de álgebra com o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico em estudantes. Tal ensino deve ser introduzido desde os anos iniciais de escolarização.

O ensino de álgebra nos anos iniciais já é realidade em vários contextos escolares há mais de vinte anos. Nos Estados Unidos, o *National Council of Teachers of Mathemataics* (NCTM - Conselho Nacional de Professores de Matemática), organização de referência em se tratando das tendências curriculares internacionais, assume a álgebra como tema transversal, perpassando todo currículo no estabelecimento de relações com outros tópicos da Matemática, como números, medida ou geometria. O pensamento algébrico está relacionado ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação de fenômenos e ao estudo da variação. Assim, visando ao desenvolvimento desse pensamento, a organização mencionada elenca quatro objetivos a serem atingidos por estudantes desde o pré-escolar ao 12º, que são os períodos compreendidos entre Educação Infantil e Ensino Médio:

> Compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar a variação em diversos contextos (NCTM, 2007, p. 39).

Dessa maneira, está incluída a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, funções, inequações e outras relações, assim como estruturas matemáticas, sendo utilizadas na resolução de problemas. Não negam a utilização do simbolismo. No Brasil, o ensino de álgebra era introduzido a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, razão pela qual se encontram mais pesquisas voltadas nessa direção. Nos Parâmetros Curriculares (PCN) de Matemática (Brasil, 1997), faz-se referência a um possível desenvolvimento de uma pré-álgebra nos anos iniciais, no entanto, é nos anos finais que efetivamente ocorre a abordagem algébrica voltada para a modelagem de situações-problema, as quais poderão, por exemplo, ser resolvidas por meio de equações. Por quase duas décadas, dada a importância dos PCN, eles foram referência na elaboração de livros didáticos e outros materiais para a sala de aula e base para as avaliações externas (Passos; Nacarato, 2018).

O MEC, em 2012, elaborou o documento Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental e apresentou o conceito de aprendizagem como direito humano, componentes curriculares e seu relacionamento com esses direitos e também a estrutura para garantir esses direitos. "Um grupo de trabalho, composto por professores da Educação Básica de várias regiões do país, pesquisadores de diversas instituições públicas brasileiras de Ensino Superior, foi responsável por sua elaboração" (Passos; Nacarato, 2018, p. 123). O pensamento algébrico compunha um dos cinco eixos estruturantes para a alfabetização e letramento matemático, além de números e operações, espaço e forma/geometria, grandezas e medidas e, por fim, tratamento da informação/estatística e probabilidade.

Em 2014, o PNAIC, lançado pelo MEC com responsabilidade do Governo Federal, Distrito Federal, estados, municípios e entidades firmam o compromisso de alfabetizar crianças com até, no máximo, 8 anos de idade, ao final do ciclo de alfabetização. As ações do Pacto foram apoiadas em quatro eixos de atuação de alfabetização matemática:

> 1. Formação continuada presencial para professores alfabetizadores e seus orientadores de estudo;
> 2. Materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais;
> 3. Avaliações sistemáticas;
> 4. Gestão, controle social e mobilização (Brasil, 2014, p. 8).

A formação continuada mobilizou nacionalmente todos os segmentos de universidades públicas, pesquisadores(as), professores(as) do Ensino Superior responsáveis pela formação de multiplicadores que iriam atuar em cada região e escola, realizando a formação de professores(as) do ensino básico que atuavam no ciclo de alfabetização, inclusive professores(as) da Educação Infantil, por entender a alfabetização na perspectiva do letramento. Ou seja, "[...] que conceitos e habilidades matemáticas são necessários para que a criança possa ser considerada alfabetizada dentro dessa perspectiva (Brasil, 2014, p. 8).

O material didático para a alfabetização Matemática era composto pelo caderno de apresentação, 8 cadernos (organização do trabalho pedagógico, quantificação, registro e agrupamentos, construção do sistema de numeração decimal, operações na resolução de problemas, geometria, grandezas e medidas, educação estatística, saberes matemáticos e outros campos do saber), além do caderno e encarte de jogos.

O PNAIC trouxe pressupostos fundamentais para o trabalho pedagógico com as crianças, como o papel do lúdico e do brincar, respeitando seus modos de pensar e sua lógica. Discutiu também sobre os direitos de aprendizagem em Matemática para este ciclo. Na perspectiva do letramento, valorizou a educação Matemática como

> [...] algo como "a voz das ruas e dos professores", algo fugidio e dificilmente captado, mas que pode estar presente, seja em relatos de pesquisa, seja em relatos de experiências em salas de aula das diversas regiões. Um texto não capta este movimento, mas pode abrir-se a revelá-lo (Brasil, 2014, p. 6).

Como pontos positivos desse programa, Passos e Nacarato (2018) salientam que, pela primeira vez, professores(as) foram ouvidos(as) e compartilharam as experiências de sala de aula com os pares, o que gerou muita produção de pesquisa, além de parceria entre universidades e escolas públicas.

Como elemento constituinte de políticas públicas no Brasil, verificou-se sua descontinuidade, sendo que, "[...] embora necessitasse, por parte do MEC, de pesquisas de avaliação, vinha obtendo resultados e mobilizando a comunidade educacional" (Passos; Nacarato, 2018, p. 124). Nesse mesmo período, já estavam em pauta as primeiras discussões nacionais para elaboração e implantação da BNCC – que, em tese, contava com a participação de segmentos educacionais e de toda sociedade.

Na primeira versão da Base, em 2015, o documento contou com a participação dos pesquisadores em Educação Matemática. Na segunda versão, em 2016, também foi considerada a consulta pública, agregando recomendações e sugestões de pareceristas de representantes a comunidades científicas. Com a oportunidade ocorrida em virtude do *impeachment* da presidenta Dilma Rousseff, no entanto, os novos atores no MEC e especialistas representantes de grupos empresariais, como Fundação Lemann, desarticularam e construíram a terceira versão, enviada ao CNE e, em 20 de dezembro de 2017, foi aprovada, com algumas modificações, a quarta versão da Base, totalmente alinhada aos interesses empresariais (Passos, Nacarato, 2018). Sendo assim, o processo de consenso e coerção que permeou todas as funções da escola foi colocado a serviço das relações de produção capitalistas. Nesse documento, as autoras entendem como ganho a inserção da unidade temática "álgebra" na área de Matemática.

O letramento matemático é definido em termos de competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. “Portanto, ao definir letramento como competências e habilidades, entende-se ser uma capacidade individual do estudante, não uma constituição histórica e cultural (Passos; Nacarato, 2018, p. 128)”. A Base está voltada à pedagogia das competências que orienta

> [...] para a mesma direção do aprender fazendo, da resolução de problemas e do espírito pragmático. O que há de específico nela é a tentativa de decomposição do aprender a aprender em uma listagem de habilidades e competências cuja formação deve ser objeto da avaliação, em lugar da avaliação da aprendizagem de conteúdos (Duarte, 2010, p. 42).

Ao colocar a formação como objeto de avaliação, recai a responsabilidade no(a) professor(a) a respeito das situações cotidianas profissionais com as quais se lida. As habilidades e competências se tornam um intelecto para as resoluções práticas em torno de acontecimentos e situações que não levam em conta o contexto no qual estão inseridos. Assim, ao transferir conteúdo para a formação, objetivando competências que se deve desenvolver em estudantes, voltado para as demandas de mercado, moldado em uma cultura de acumulação flexível do capital, constroem-se subjetividades de obediência, de subalternização, de comportamento do indivíduo na sociedade, expresso pelas competências produzidas.

Na BNCC, as competências e habilidades elencadas em virtude de um currículo mínimo não levam em conta as diversas culturas e contextos do país. Direcionadas para o “[...] direito de aprendizagem” visam à “mensuração” de conhecimentos tendo a constatação em avaliações externas, escancarando os interesses do capitalismo em estágio neoliberal. O pressuposto de que estados e municípios podem incluir outros conteúdos é enganoso. De acordo com Freitas (2018), em seus argumentos:

> Primeiro, porque não há educação de tempo integral cuja escala permita aos estados irem além do básico em escala significativa de escolas, segundo, porque há um sistema de avaliação nacional que é construído sobre o que está definido como “básico”, e dessa forma o que for acrescentado pelos estados não é incluído nas avaliações nacionais (Freitas, 2018, p. 84).

Na BNCC, verifica-se que as “[...] habilidades propostas para cada ano, essa articulação não é explicitada. O conjunto de habilidades elencado restringe-se à própria unidade temática”. E que essas habilidades “[...] são uma repetição de ano para ano, com alterações apenas no texto, não fornecendo elementos para contribuir com o conhecimento do professor” (Passos; Nacarato, 2018, p. 130).

Totalizados seis anos da implementação da BNCC, não há indícios de uma formação continuada para professores(as) no sentido de proporcionar a construção de conhecimento para ensino de álgebra nos anos iniciais. Formulam-se as mesmas indagações de Passos e Nacarato (2018, p. 130) de que "[...] há apenas a crença de que basta oferecer planos de aulas aos professores que o problema estará resolvido?" Conclui-se que as pedagogias das competências dão a direção, isto é, o problema é do(a) professor(a) em garantir esse "direito de aprendizagem" para estudantes e que basta aprender a aprender.

Assim, nas seções que seguem procuramos evidenciar o ensino de álgebra nos anos iniciais, tarefas que podem possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, como elemento essencial para a integralização da aritmética com a álgebra.

2.5 Olhar sobre os conhecimentos "necessários" para o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e para tarefas que desenvolvem o pensamento algébrico

O processo de produção de conhecimento é dinâmico e está em constante transformação no que diz respeito ao desenvolvimento. Assim, forma, conteúdo e destinatário são importantes elementos no processo de ensino-aprendizagem. Shulman (1986) salienta que há um século a característica que definia a ação pedagógica era o conteúdo. Relata que, em um leque de pesquisas sobre ensino, avaliações e dos testes admissionais aplicados ao final do século XIX, foca-se em como os(as) professores(as) administravam, organizavam a sala de aula, as atividades, ou seja, desconsideram o contexto no qual o professor estava inserido, de forma que questões importantes eram negligenciadas.

Partindo de uma perspectiva sobre o conhecimento do(a) professor(a), pois cada disciplina tem suas especificidades, Shulman (1986) elaborou três categorias que são domínios distintos de conteúdo necessários a esse(a) profissional para o ensino:

- Conhecimento específico do conteúdo da matéria requer ir além do conhecimento dos fatos ou domínio de conceitos. Envolve a essencialidade da compreensão das estruturas em que estão fundamentadas as disciplinas, justificando-as ao considerar a indissociabilidade entre teoria e prática.
- Conhecimento pedagógico do conteúdo pressupõe as formas mais úteis de apresentação de ideias, como analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações. Os processos, os modos, as mais variadas mediações para que o conteúdo torne compreensível, incluindo as implicações que tornam a aprendizagem de determinados tópicos fáceis ou difíceis, reconhecendo as concepções e preconcepções quanto ao

assunto, ou seja, os erros conceituais que estudantes apresentam com frequência. Assim, reconhece um arsenal de alternativas de representações que podem surgir de pesquisas ou da prática.

- Conhecimento curricular do conteúdo diz respeito ao conhecimento dos programas de ensino. Conhecimento vertical desse conteúdo, isto é, tópicos que já foram ou serão abordados na mesma disciplina ou em outras disciplinas, anteriormente ou posteriormente, ou seja, a ligação nesse e em outros contextos de conteúdo, dentro ou fora da disciplina. Assim, o currículo é

> [...] representado por toda a gama de programas pensados para o ensino de assuntos e tópicos específicos de determinado nível, a variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação a esses programas, e o conjunto de características que servem tanto as indicações e contraindicações para o uso de determinado currículo ou materiais de programa em circunstâncias particulares (Shulman, 1986, p. 10).

Direcionando para as possibilidades do ensino da álgebra inicial, Carraher e Schliemann (2007) questionam se o(a) professor(a) do Ensino Fundamental pode ensinar álgebra e apontam que algumas deficiências dos estudantes em álgebra têm origem na forma como a aritmética, a Matemática elementar, é introduzida nos anos iniciais. Citam a importância de se trabalhar o sinal de igualdade com significado operacional, relacional e de equivalência, além das propriedades das operações. Em relação ao conhecimento do currículo de Matemática, percebe-se que tende a ser uma coleção de tópicos isolados, sem conexões com outros conceitos. Salientam que “[...] o curso de desenvolvimento depende muito da estrutura curricular e das possíveis abordagens de ensino” (Carraher; Schliemann, 2007, p. 75).

Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017, p. 501) analisaram que o conhecimento do(a) professor(a) que ensina Matemática, especificamente em relação ao conteúdo de álgebra, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico e no conhecimento pedagógico desse conteúdo, é carregado de multiplicidade de perspectivas e conceptualizações, assinalando a essencialidade de “[...] um mais amplo entendimento sobre o conhecimento do professor nessa temática, de modo a possibilitar, posteriormente, equacionar formas de melhorar a prática, as aprendizagens dos alunos e a própria formação de professores.”

Sendo assim, verifica-se a necessidade de ocorrer mudanças em políticas públicas visando a uma formação que possa contribuir para a consolidação de conhecimento específico, pedagógico e curricular do conteúdo que promova soluções para os problemas de ensino-aprendizagem na educação em todas as etapas e modalidades de ensino.

O consenso dos pesquisadores já citados é de que o ensino de álgebra deve ser iniciado desde o início da escolaridade, com continuidade nos diversos anos, ou seja, durante toda a Educação Básica (Educação Infantil, anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). Assim, além de considerar os diversos contextos sociais, históricos e culturais, é necessário que esse ensino produza significado para a vida dos estudantes. Uma das formas de produzir significado para os saberes algébricos tem enfoque no pensamento algébrico. As atividades a serem desenvolvidas com esse objetivo não se esgotam na "manipulação formal", como ocorre nos anos finais, ou seja,

> Ela nos permite distinguir variedades de atividade algébrica-algébrica (isto é, aquela em que os significados são produzidos por pensamento algébrico): se "número" se refere aos reais, temos uma variedade, se refere-se aos complexos, temos outra, e assim por diante. Com isso, queremos dizer que não estamos interessados em reduzir "pensamento algébrico" a uma noção abstrata e extremamente genérica, [...] para que fique caracterizada uma atividade algébrica-algébrica, é preciso que conheçamos as propriedades dos "números" e das "operações aritméticas", termos genéricos, é verdade, mas que só ganham vida "concreta" na medida em que são especificados em sua particularidade, no interior da atividade em questão (Lins; Gimenez, 1997, p. 151-152).

Na exploração das atividades matemáticas algébricas, esses autores apontam dois objetivos centrais que permitem aos(as) estudantes: a capacidade de produção de significados e de pensar algebricamente, e o desenvolvimento de habilidades 'técnicas' deve ser a consequência desses dois pontos. É importante que, nessas atividades, os(as) estudantes trabalhem com tabelas, retas numéricas, diagramas, gráficos, materiais visuais, materiais concretos e linguagem natural que os(as) levem a pensar algebricamente (Carraher; Schliemann, 2007). Canavarro (2007, p. 106) acredita na importância das múltiplas representações ao salientar que '[...] a investigação sobre pensamento algébrico tem valorizado formas de representação que vão muito além das representações algébricas simbólicas'.

Além desses elementos, os(as) estudantes devem também aprender a lidar com processos matemáticos, como registrar, recolher, representar e organizar dados, mesmo que não se configurem como exclusivos do pensamento algébrico, mas que induzem ao seu desenvolvimento. É, portanto, essencial direcionar para as estruturas matemáticas subjacentes à situação da atividade, favorecendo o uso consciente de modos de representação que visem à generalização, ou seja,

> [...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando

> sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de regularidades num dado conjunto de objetos (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 10).

Nessa lógica, avaliam-se várias situações que promovem o pensar algebricamente, em ocorrências de descobertas de relações, regularidades, variação e modelação. Kieran (2011), recorrendo ao que desenvolveu em 1996, apresentou uma estrutura de atividade objetivando o desenvolvimento do pensamento algébrico. Considerou um modelo de atividade algébrica composto de três tipos: geracional, transformacional e global, sintetizados no Quadro 8.

Quadro 8 - Modelo de atividade algébrica

Atividade	Características	Exemplo
Global	Atividades para as quais a álgebra é usada como ferramenta, mas que não são exclusivas da álgebra. Atividades que podem ser realizadas sem o uso de qualquer álgebra Sugerem processos e atividades matemáticas mais gerais. Tentar divorciar essas atividades globais da álgebra, no entanto, remove qualquer contexto ou necessidade que alguém possa ter para usar a álgebra As atividades globais são essenciais para as outras atividades da álgebra, em particular para as atividades geracionais de construção de significado; caso contrário, todo o senso de propósito é perdido	Resolução de problemas, modelagem, observação de estrutura, estudo de mudanças, generalização, análise de relacionamentos, justificação, comprovação e previsão
Transformacional	Atividades transformacionais ("baseadas em regras") Grande parte desse tipo de atividade se preocupa em mudar a forma de uma expressão ou equação para manter a equivalência	Coletar termos semelhantes, fatorar, expandir, substituir, adicionar e multiplicar expressões polinomiais Exponenciar com polinômios Resolver equações, simplificar expressões, trabalhar com expressões e equações equivalentes e assim por diante
Geracional	Envolvem a formação das expressões e equações que são os objetos da álgebra Os objetos subjacentes às expressões e equações são variáveis e incógnitas e, portanto, também estão incluídos na atividade geracional da álgebra, assim como o sinal de igual e a noção de solução de equação Grande parte da construção de significado para objetos algébricos ocorre dentro da atividade geracional da álgebra	Equações contendo uma incógnita que representam situações-problema Expressões de generalidade decorrentes de padrões geométricos ou sequências numéricas Expressões de regras que governam as relações numéricas

Fonte: Elaborado pela autora (2023) de acordo com Kieran (2011)

A autora salienta que, para os anos iniciais, as atividades globais são essenciais na construção de significado em álgebra e para o desenvolvimento de maneiras de pensar algebricamente, compatível com certas perspectivas sobre a atividade algébrica nos anos posteriores. Ela elenca outros aspectos positivos em relação às atividades no modelo global para os anos iniciais.

Podem ser consideradas como parte da atividade algébrica simbólica e que são precursoras de atividades geracionais e transformacionais a serem seguidas mais tarde.

- Incorporam uma estrutura para introdução do pensamento algébrico nos anos iniciais, desconexão que já dura muito tempo, em relação aos esforços de introduzir o desenvolvimento desse pensamento.
- O fato de que essas atividades podem ser realizadas sem o uso da letra-simbólica e elaboradas a qualquer momento de forma a abranger a letra simbólica torna-as veículos ideais para conceituar uma abordagem não-simbólica ou pré-simbólica da álgebra, como analisar as relações entre quantidades, observar a estrutura, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e prever.

Kaput, Carraher e Blanton (2008) argumentam que a álgebra nos anos iniciais não aumenta necessariamente o currículo do Ensino Fundamental, mas trata os tópicos existentes de forma mais profunda, destacando a generalização. Kaput (2008) considerou dois aspectos importantes do raciocínio algébrico: a generalização e seu aparecimento em sistemas de símbolos convencionais, e a ação sintaticamente orientada sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados. Esses dois aspectos caracterizam a álgebra "como artefato cultural expresso principalmente como sistemas de símbolos convencionais e como certos tipos de atividades humanas" (Kaput, 2008, p. 10). Cada um desses aspectos centrais do raciocínio algébrico aparece de alguma forma em todas as três vertentes da álgebra:

> 1. Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aquelas que surgem na aritmética (álgebra como aritmética generalizada) e no raciocínio quantitativo.
> 2. Álgebra como estudo de funções, relações e covariação. Os dois aspectos principais.
> 3. Álgebra como aplicação de um conjunto de linguagens de modelagem tanto dentro como fora da matemática (Kaput, 2008, p. 11).

Partindo desses aspectos, destacam-se a aritmética generalizada, o pensamento funcional no estudo de funções e a relação de igualdade, bem como a noção de significado do sinal de igual presentes na proposta da *Early* Algebra para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na aritmética generalizada, exploram-se as estruturas, as propriedades dos números e operações, ou seja, o que pode ou não ser generalizável, atribuindo sentido a cada momento ao utilizar os algoritmos, que são contrários à utilização de algoritmos e procedimentos de cálculos mecanizados e sem compreensão. Sendo assim, é essencial priorizar a

> [...] estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos representam 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente).

Carraher e Schliemann (2007) entendem que uma compreensão profunda da aritmética requer o desenvolvimento dos estudantes em suas dificuldades cognitivas com álgebra, desde eventos históricos até generalizações de natureza algébrica. Como exemplo, apontam que, quando estudantes de 3º e 5º anos ao

> [...] investigar propriedades de números inteiros, eles podem descobrir que podem multiplicar 18 por 14 mentalmente calculando 18 x 10 e somando-o a 18 x 4, mentalmente calculando 18 x 10 e somando-o a 18 x 4, usando assim a propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição de uma forma que contribui para o entendimento algébrico (Carraher; Schliemann, 2007, p. 7).

Esses autores fazem observações que assinalam três pontos relativos à aritmética dos números para entrada de álgebra nos anos iniciais.

> 1. A aritmética tem um caráter inerentemente algébrico e pode ser considerada de forma útil como uma parte da álgebra em vez de um domínio antitético à álgebra;
> 2. Os jovens estudantes às vezes fazem generalizações algébricas sem usar notação algébrica (embora a linguagem natural muitas vezes seja pouco adequada para expressar relações);
> 3. Os estudos da aritmética como ponto de entrada na álgebra são promissores, mas a maior parte do que precisa ser conhecido ainda não foi investigado (Carraher; Schliemann, 2007, p. 33).

Eles criticam as abordagens estreitas em relação ao ensino da aritmética, que poderia ser ensinada evidenciando seu caráter algébrico, como a ocultação das propriedades simétricas e transitivas da igualdade, o que leva os estudantes a considerar 5 + 3 = 8 como razoável e tratar 8 = 5 + 3 como incorreto. Nessa expressão, não existe identidade entre os termos à direita e à esquerda; no entanto, eles representam o mesmo número e são equivalentes.

Complementam que as sentenças numéricas têm a virtude adicional de poder expressar não apenas a propriedade reflexiva (a = a) do sinal de igual, mas também as propriedades simétricas (a = b => b = a) e transitiva (a = b e b = c => a = c). Notavelmente, crianças de 8 e 9 anos parecem ser capazes de adotar e compreender esses usos do sinal de igual quando apresentado por meio de atividades cuidadosamente construídas. As atividades com sentenças numéricas podem destacar a continuidade entre aritmética e álgebra. Ao fazê-lo, levantam a possibilidade de que a ruptura entre aritmética e álgebra seja resultado de uma falha na forma como o currículo de Matemática inicial foi concebido e implementado. Em termos matemáticos, portanto, a relação de igualdade é uma relação de equivalência.

Van de Walle (2009, p. 288) salienta que o sinal de igualdade "é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na álgebra e em toda Matemática ao usar números e operações" e que é um símbolo mal compreendido. Aponta duas razões importantes na compreensão desse sinal para estudantes.

> Primeiro, é importante que eles percebam e compreendam as relações em nosso sistema numérico. O sinal de igualdade é um modo principal de representar essas relações. Por exemplo, $6 \times 7 = 5 \times 7 + 7$. Nós não esperamos que os estudantes pensem sobre essas estratégias de fatos fundamentais nesses termos simbólicos. Porém, isso não é apenas uma estratégia de fatos fundamentais, mas também representa várias ideias básicas em aritmética. Um número pode ser expresso como uma soma: $6 = 1 + 5$. A propriedade distributiva permite que multipliquemos cada uma das partes separadamente: $(1 + 5) \times 7 = (1 \times 7) + (5 \times 7)$. E propriedades numéricas adicionais convertem essa última expressão para $5 \times 7 + 7$. Quando essas ideias, inicial e informalmente desenvolvidas da aritmética, são generalizadas e expressas de modo simbólico, relações poderosas se tornam disponíveis para trabalhar com outros números de um modo generalizado. Uma segunda razão é que quando os estudantes falham na compreensão do sinal de igual, eles em geral apresentam dificuldades ao lidar com expressões algébricas. Até resolver uma equação simples, tal como $5\times - 24 = 81$, exige que os estudantes vejam ambos os lados do sinal de igualdade como expressões equivalentes. Não é possível "passar" para o lado esquerdo. Porém, se ambos os lados forem os mesmos, então eles permanecerão o mesmo quando 24 for adicionado a ambos os lados (Van de Walle, 2009, p. 288-289).

Ponte, Branco e Matos (2009) apresentam três significados que o sinal de igualdade pode assumir: o primeiro envolve a noção operacional; o segundo está relacionado à noção de equivalência e o terceiro, ao entendimento da noção relacional. Apontam que o significado operacional atribuído ao sinal de igualdade surge em contextos aritméticos. As atividades desenvolvidas nesse contexto tendem a induzir as crianças a utilizarem esse sinal como "faça algo", resolva a operação, onde de um lado da igualdade está a operação (à esquerda) e, do outro (à direita), o resultado, ou seja, "[...] quando um sinal de igual está presente, elas o tratam como um separador entre o problema e a solução, tomando-o como um sinal para escrever o resultado da execução das operações indicadas à esquerda do sinal" (Kieran, 2004, p. 140). Armar e efetuar são atividades que efetivam o significado operacional do sinal de igualdade.

O segundo significado associado ao sinal de igualdade envolve a noção de equivalência, quando indica "o mesmo que", ou seja, o que está de um lado da igualdade é o mesmo que está do outro. Ou seja, "uma equivalência entre dois objetos, que podem ser números ou expressões numéricas, como $8 + 4 = 7 + 5$, ou expressões algébricas como $a – (−b) = a + b$ (igualdades que são válidas quaisquer que sejam os números a e b)" (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 22). Kieran (2004) evidenciou que a aritmética do ensino fundamental tende a ser fortemente orientada para a resposta e não se concentra na representação de relações. Estudantes iniciantes no estudo de álgebra entendem que uma soma como $8 + 5$ é um sinal para calcular e, normalmente, vão querer avaliá-la e, então, por exemplo, escrever 13 para a representação do quadrado na equação $8 + 5 = \square + 9$, em vez do valor correto 4.

O terceiro significado em relação ao sinal de igualdade foca seu caráter relacional, que envolve a compreensão de relações numéricas ou algébricas entre os dois lados do sinal de igualdade, em vez de simplesmente efetuar cálculos. "A noção relacional é identificada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional" (Trivilin; Ribeiro, 2015, p. 46). Ponte, Branco e Matos (2009) apresentam como exemplo a equação $y = 2x + 7$, em que x varia entre 1 e 10. Assim, o sinal de igual assinala uma relação de dependência entre duas variáveis. Kieran (2004) concluiu que estudantes que operam em um quadro de referência aritmético tendem a não ver os aspectos relacionais das operações; seu foco é o cálculo. Assim, é necessário um ajuste considerável no desenvolvimento de uma maneira algébrica de pensar, que inclui, mas não se restringe a:

> 1. Foco nas relações e não apenas no cálculo de um número;
> 2. Foco nas operações, bem como nas suas inversas, e na ideia relacionada de fazer/desfazer;
> 3.Foco em representar e resolver um problema em vez de apenas resolvê-lo;
> 4. Foco em números e letras, em vez de apenas números. Isso inclui: (i) trabalhar com letras que às vezes podem ser incógnitas, variáveis ou parâmetros; (ii) aceitar expressões literais não fechadas como respostas; (iii) comparação de expressões para equivalência com base em propriedades ao invés de avaliação numérica (Kieran, 2004, p. 140-141).

Por conseguinte, entende-se a essencialidade do pensamento funcional para avançar em formas de pensar algebricamente. Carraher *et al.* (2006) propõem que dar às funções um papel de destaque no currículo de Matemática nos anos iniciais facilitará a integração da álgebra no currículo já existente. Nessa perspectiva, a chave para efetivar a proposta é a percepção de que operações de adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser tratadas, desde o início, como funções. O conteúdo existente precisa ser sutilmente transformado para trazer à tona seu caráter algébrico. Sinalizam que, até certo ponto, essa transformação requer simbolismo algébrico. Mesmo nas séries iniciais, a notação algébrica pode desempenhar um papel de apoio na aprendizagem da matemática. Assim, a notação simbólica, as linhas numéricas, as tabelas de funções e os gráficos são ferramentas poderosas que os(as) estudantes podem usar para entender e expressar relações funcionais em uma ampla variedade de contextos de problemas.

Exemplificando a ideia, esses autores apresentam a oportunidade de introduzir o conceito de função no contexto da adição. Assim, a expressão "+3" pode representar não apenas uma operação para atuar em um determinado número, mas também uma relação entre um conjunto de valores de entrada e um conjunto de valores de saída. A operação de adição pode ser representada por meio de notação de função padrão, como $f(x) = x + 3$, ou notação de mapeamento, como x e $x + 3$.

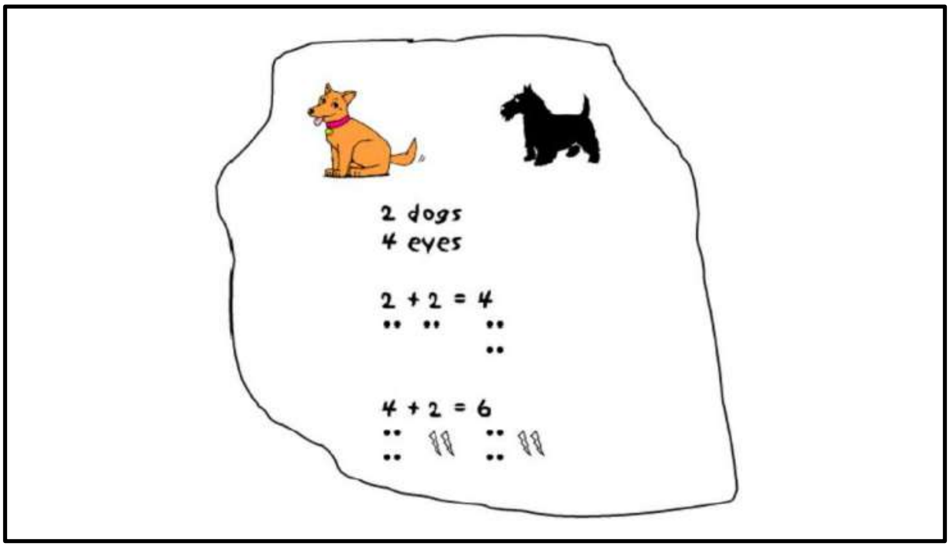
Explicam que a soma de 3 equivale a $x + 3$, uma função de x. Desse modo, os objetos de aritmética podem ser pensados como particulares (se $x = 5$, então $x + 3 = 5 + 3 = 8$) e gerais ($x + 3$ representa um mapeamento de N em N). "Se sua natureza geral for destacada, as histórias de palavras não precisam ser meramente sobre trabalhar com quantidades particulares, mas com conjuntos de valores possíveis e, portanto, sobre variação e covariação" (Carraher *et al.*, 2006, p. 89).

Os autores descobriram que crianças de 7 anos podem lidar com a lógica básica subjacente às transformações aditivas em equações e, em outros estudos, examinaram as generalizações de crianças pequenas e sua compreensão de variáveis e funções. Sugerem que os estudantes façam generalizações em linguagem natural, notação e outras representações, como gráficos e diagramas, como um passo adicional no entendimento explícito da dependência funcional da variável dependente na variável independente.

Blanton e Kaput (2011) apontam estruturas que podem ser utilizadas para discutir os tipos de pensamento funcional: (1) a padronização recursiva, que envolve encontrar variação dentro de uma sequência de valores; (2) o pensamento covariacional, que é baseado em analisar como duas quantidades variam simultaneamente e manter essa mudança como uma parte explícita e dinâmica de uma descrição da função (por exemplo, "à medida que x aumenta em um, y aumenta em três"); e (3) uma relação de correspondência, baseada na identificação de uma correlação entre as variáveis (por exemplo, "y é 3 vezes x mais 2"), isto é, $y = 3x + 2$.

Esses autores defendem que, desde a Educação Infantil, o pensamento funcional pode ser desenvolvido. Apresentam em suas pesquisas que as crianças foram capazes de representar o número de olhos e caudas para dois cães, evidenciado na Figura 1[1].

Figura 1 - Representação de crianças da Educação Infantil



Fonte: Blanton e Kaput (2011, p. 10)

Ponte, Branco e Matos (2009) evidenciam que o estudo das funções objetiva sua compreensão enquanto relação entre variáveis e como correspondência unívoca entre dois conjuntos, além da capacidade de usar esse conceito na resolução de problemas reais. Apontam que a abordagem de função nos anos iniciais "não privilegia os aspectos estritamente matemáticos do conceito, mas sim o seu uso para modelar situações da realidade e para resolver problemas" (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 116). Evidenciam quatro modos principais de representação de uma função que podem ser utilizados em conjunto:

> (i) através de enunciados verbais, usando a linguagem natural; (ii) graficamente, usando esquemas, diagramas, gráficos cartesianos e outros gráficos; (iii) aritmeticamente, com recurso a números, tabelas ou pares ordenados; e (iv) algebricamente, usando símbolos literais, fórmulas e correspondências. Estes modos de representação podem ser usados em conjunto, sendo a informação relativa a uma dada função apresentada muitas vezes parcialmente numa representação e parcialmente noutras representações (Ponte; Branco; Matos, 2009, p. 117).

[1] Descrição da figura 1: No centro da imagem, há um desenho de dois cachorros: um cachorro de cor laranja e o outro de cor preta. Ao lado dos cachorros, há um texto em inglês que diz: "2 dogs, 4 eyes (2 cachorros, 4 olhos). Abaixo desses dizeres, há algumas operações matemáticas simples, como "2 mais 2 igual a 4" e "4 mais 2 igual a 6", com pontos representando os números.

Compreender uma função é entender que uma correspondência entre dois conjuntos satisfaz uma certa condição. Assim, a potencialização do desenvolvimento do pensamento funcional nos anos iniciais "[...] pode ajudar as crianças a construir ferramentas representativas e linguísticas críticas para analisar, descrever e simbolizar padrões e relacionamentos" (Blanton; Kaput, 2011, p. 15).

Canavarro (2007) apresenta desafios significativos, verificados em vários países, na introdução do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade em relação a: 1) concepções de professores(as) a respeito da matemática, da Matemática a ensinar e das expectativas do que as crianças podem e conseguem aprender; 2) atividades de Matemática ajustadas ao desenvolvimento algébrico; e 3) uma cultura em sala de aula voltada para práticas centradas em explicação-aplicação e treino.

Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico pressupõe atenção às estruturas aritméticas, às relações que estão na sua base e a todo o contexto das condições, da formação e do ensino-aprendizagem, de responsabilidade sistêmica.

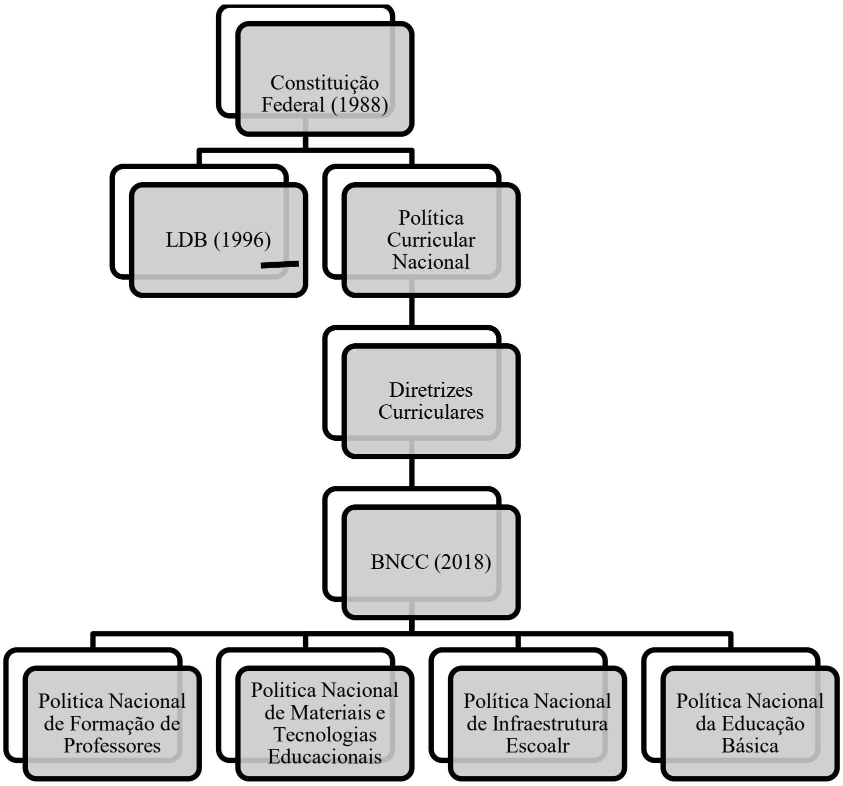
2.6 O ensino de álgebra na BNCC e tarefas que podem instigar o desenvolvimento do pensamento algébrico

A BNCC é um documento prescritivo, com força de lei, que visa garantir "o conjunto de aprendizagens essenciais aos estudantes brasileiros, seu desenvolvimento integral por meio das dez competências gerais para a Educação Básica" (Brasil, 2018, p. 5) e que, já em seu texto de apresentação, avaliza mudanças nos currículos, na formação inicial e continuada de educadores(as), na produção de materiais didáticos, nas matrizes de avaliações e nos exames nacionais desde sua homologação. Assim, tudo o que se pensar em realizar em relação à educação está alinhado à Base. Freitas (2018) pontua que a Base está alinhada à reforma empresarial da educação e que seus efeitos estão disseminados em escala mundial, com os(as) empresários(as) visando...

> [...] a implementação de reformas educacionais para, por um lado, garantir o domínio de competências e habilidades básicas necessárias para a atividade econômica revolucionada pelas novas tecnologias e processos de trabalho (Revolução 4.0) e, por outro, garantir que tal iniciativa se contenha dentro da visão de mundo que se traduz em um *status quo* modernizado. O objetivo final deste movimento é a retirada da educação do âmbito do "direito social" e sua inserção como "serviço" no interior do livre mercado, coerentemente com sua concepção de sociedade e de Estado (Freitas, 2018, p. 41-42).

O autor acredita que, ideologicamente, esse movimento não é homogêneo e que alianças com diversas posições políticas são meios para alcançar seus fins. Desse modo, “[...] há liberais-democratas e sociais-democratas cuja aspiração é ter uma escola pública que garanta o ‘direito à aprendizagem’ e ensine a todos” (Freitas, 2018, p. 43). Essa educação para todos, no entanto, significa “[...] uma educação desigual e que aprofunda a segregação ao longo do sistema educacional, amplificando sua elitização” (Freitas, 2018, p. 60). Assim, a Base integra a Política Nacional de Educação Básica, conforme o Organograma 2.

Organograma 2 - Estrutura organizacional da BNCC



Fonte: Elaborado pela autora (2023) (Brasil, 2018)

Redes de ensino e escolas particulares de todo o Brasil têm a incumbência de construir currículos de acordo com o estabelecido na BNCC. Como responsabilidade direta da União, será “[...] a revisão da formação inicial e continuada dos professores para alinhá-las à BNCC” (Brasil, 2018, p. 21). Nenhuma ação, no entanto, foi realizada em relação à formação. O apontamento é no sentido de que, mesmo a Base tendo muitos dispositivos consistentes e contrários, que postulam a favor de sua revogação, a inserção da unidade temática álgebra é um elemento positivo na discussão do desenvolvimento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

São apontadas dez competências gerais para estudantes de todos os níveis e competências específicas para cada área. Na área de Matemática, são elencadas oito competências específicas e, para garantir seu desenvolvimento, cada componente curricular propõe um conjunto de habilidades que estão relacionadas a "diferentes objetos de conhecimento – aqui entendidos como conteúdo, conceitos e processos – que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas" (Brasil, 2018, p. 28). Assim, o conteúdo mínimo ao qual a Base propõe está "misturado" a conceitos e processos? Então, quais são os conteúdos mínimos? É uma Base que garante currículo mínimo, sem currículo mínimo?

Na área de Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas (números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística) "[...] correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização" (Brasil, 2018, p. 268), o que não se verifica ao analisar os objetos de conhecimento apresentados em relação aos diferentes campos. Para a unidade temática álgebra, propõe como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, o "pensamento algébrico", que é "[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas" (Brasil, 2018, p. 270).

A álgebra presente nos processos de ensino-aprendizagem para os anos iniciais do Ensino Fundamental está relacionada às ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade e que "[...] nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam" (Brasil, 2018, p. 270). No entanto, não há nenhuma justificativa para essa proibição. Carraher *et al.* (2007) asseguram que a notação algébrica, mesmo nos anos iniciais, pode desempenhar um papel de apoio na aprendizagem e ser considerada como parte integrante da Matemática elementar.

A respeito do pensamento funcional, que é intrínseco ao pensamento algébrico, a orientação para essa etapa é que seja explorada de maneira intuitiva por meio da resolução de problemas, utilizando a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três) e exemplificam: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?" (Brasil, 2018, p. 270).

Blanton e Kaput (2011) compreendem que as crianças pequenas podem identificar e expressar relações funcionais, progressivamente, de maneiras mais simbólicas. Carraher *et al.* (2007) apontam que notação simbólica, linhas numéricas, tabelas de funções e gráficos são ferramentas poderosas que os estudantes podem utilizar para entender e expressar relações funcionais em variados contextos de problemas.

O documento orienta que as habilidades matemáticas a serem desenvolvidas não se limitam à aprendizagem dos algoritmos das "quatro operações", mas também incluem cálculos mentais, estimativas e uso de calculadora. Propõe recursos didáticos (malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica) "[...] integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização" (Brasil, 2018, p. 276), desconsiderando os diversos contextos sociais e culturais brasileiros. Orienta, ainda, a aprendizagem matemática voltada para a compreensão, com apreensão de significados dos objetos matemáticos com aplicabilidade.

Apresenta a ideia de um currículo em espiral "[...] a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores [...]" (Brasil, 2018, p. 276), o que de fato não ocorre. Passos e Nacarato (2018, p. 130) corroboram essa afirmação ao verificarem que...

> O que se constata na BNCC é que as habilidades dessa unidade temática, da mesma forma que ocorre com a de probabilidade, é uma repetição de ano para ano, com alterações apenas no texto, não fornecendo elementos para contribuir com o conhecimento do professor nesse campo tão importante da Matemática. Por exemplo:
> (EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
> (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

A ideia de integração e orientação consistente é inexistente na Base, pois, pensada em moldes tecnicistas, essas ideias não seriam contempladas para que se efetive o pensamento algébrico, entendendo-o como aritmética generalizada para o ensino dessa unidade temática, como padrões (regularidades e generalizações), sequências, ou um olhar sobre a importância da igualdade. Assim, procuramos apresentar o que está posto na BNCC como objeto do conhecimento, além de postular alguns questionamentos e contribuições de estudiosos(as) na temática.

a) **Padrões ou regularidades e generalizações**

Observar padrões presentes no universo faz parte dos saberes que foram construídos pela humanidade ao longo da história. Na natureza e no cotidiano das pessoas, padrões são encontrados nas flores, nos vários biomas do Brasil, nas pinturas das paredes, nos tecidos e nas estrelas do mar. É por meio do estudo de padrões que a polícia, por exemplo, consegue descobrir o *modus operandi* dos *serial killers*, levando à sua captura. As estações do ano foram definidas pelas regularidades dos fenômenos. Na inteligência artificial (IA), o resultado esperado (OUTPUT) é gerado por meio de padrões estatisticamente (aprendizado de máquina), sem se saber quais critérios os sistemas utilizam para chegar a uma determinada decisão, necessitando de regulação que prevê essa "explicabilidade".

Cada sociedade e cultura são movidas por padrões e regularidades diferenciados em cada época. Por exemplo, em cada período histórico, o padrão de beleza vigente é modificado e dita o modo de ser e agir de uma sociedade. No Brasil, o padrão que mais efetiva a discriminação é relacionado à cor ou raça, condição social, gênero e etnia. Negros, pobres, quilombolas, indígenas, mulheres e LGBTQIAPN+ são os que mais sofrem discriminação. E, sim, não são casos isolados; são ocorrências que podem ser generalizadas. As desigualdades de trabalho, renda e moradia entre brancos e pretos persistem no país (IBGE).

É possível verificar diversos padrões e suas ocorrências na natureza, na arte, na música, na ciência, nos comportamentos e na Matemática, que Devlin (2002, p. 9) classifica como a ciência dos padrões e entende o estudo de padrões como um tema transversal, ou seja, "[...] é uma forma de admirar e compreender o mundo em que vivemos, tanto em nível físico, como biológico e até mesmo sociológico, bem como o mundo escondido das nossas mentes, tornando visível o que é invisível ao olhar". Vale *et al.* (2011) corroboram e trazem contribuições em relação às atividades a serem desenvolvidas.

> Uma aula de Matemática desenvolvida através de tarefas desafiadoras que envolvam a exploração de padrões pode potenciar capacidades transversais nos estudantes como seja a comunicação, as representações, as conexões, o raciocínio. [...] permite construir e ampliar conceitos matemáticos, sobretudo dando significado a esses conceitos, assim como a procedimentos e ideias matemáticas muitas das vezes aprendidos sem significado e sem relação entre eles, e permite sobretudo resolver problemas dentro e fora da matemática (Vale *et al.*, 2011, p. 2).

Desse modo, tem-se a álgebra como generalização e formalização de padrões, sendo que os padrões podem ser entendidos como sequências nas quais se verificam regularidades e que podem ser generalizadas.

Nacarato e Custódio (2018) acreditam que, por meio da generalização, o raciocínio ou a comunicação é ampliado para além de casos particulares, promovendo o que há de comum entre eles. A comunicação pode ser realizada por meio das linguagens verbal, simbólica e gestual, que podem ser verificadas tanto em crianças quanto em estudantes de anos mais avançados. Acreditam que "[...] a generalização e sua formalização podem ocorrer em situações internas (propriamente matemáticas) ou externas à Matemática (mas que podem ser modeladas matematicamente)" (Nacarato; Custódio, 2018, p. 16). Essas autoras pontuam que toda criança, desde a tenra idade, consegue apreender semelhanças e diferenças entre objetos, abstrair suas características e perceber regularidades. Assim, quanto mais associações consegue realizar, tanto mais se desenvolverá e poderá fazer generalizações e aplicá-las a outras situações.

Van de Walle (2009, p. 296) acredita que os padrões perpassam todas as áreas da Matemática e que "[...] aprender a procurar por padrões e como descrevê-los, traduzi-los e ampliá-los é parte do fazer Matemática e do pensar algebricamente". Dessa maneira, explorar os conceitos de padrões contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, já que a generalização é protagonista desse pensamento.

As sequências/padrões na BNCC são contempladas a partir do 1º ano até o 4º ano, conforme verificado no Quadro 9.

Quadro 9 - Sequências (padrões) na BNCC

Ano	Objetos do Conhecimento	Habilidades
1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	**(EF01MA09)** Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	**(EF01MA10)** Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	**(EF02MA09)** Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	**(EF02MA10)** Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. **(EF02MA11)** Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	**(EF03MA10)** Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	**(EF04MA12)** Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

4º ano	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero	**(EF04MA13)** Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas

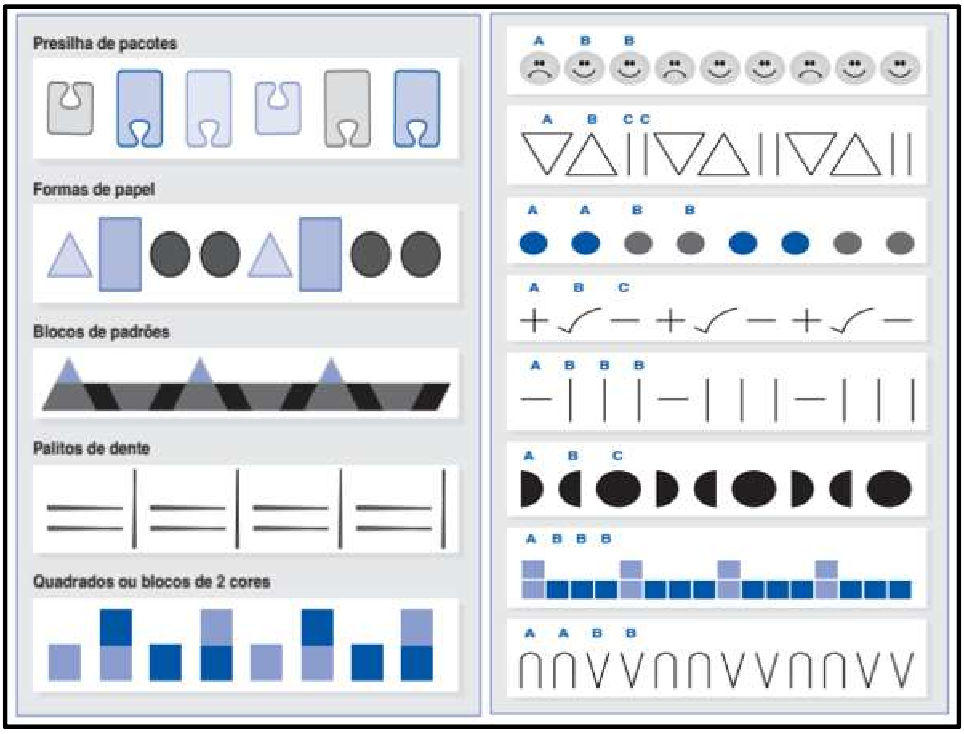
Fonte: BNCC (2018, p. 278-291)

O trabalho com a álgebra nos anos iniciais fornece à criança a possibilidade de pensar e abstrair generalizações matemáticas independentes de números. O conceito de padrão repetitivo e como um padrão é ampliado ou continuado pode ser introduzido para toda criança nos anos iniciais de várias formas. Van de Walle (2009) apresenta várias possibilidades para introduzir padrões: desenhando padrões simples no quadro e convidando para discussão; por meio do corpo, com posições de braço para cima e depois para baixo, entre outras; e com metodologias em grupo e/ou individual, de modo que as crianças aprendem rapidamente o que vem a ser um padrão.

Para Van de Walle (2009, p. 296), padrão repetitivo é apresentado como um padrão que pode ser ampliado e/ou continuado, e "[...] o núcleo de um padrão repetitivo é a menor cadeia de elementos que se repete". Esse núcleo de repetição é completamente repetido, conforme verificado na Figura 2[2].

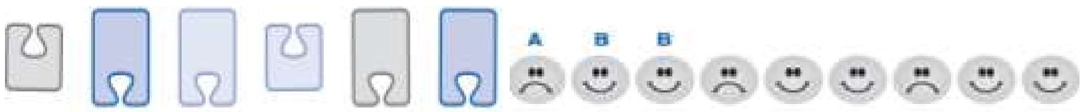
[2] Descrição da figura 2: No canto superior esquerdo, há uma tabela com o título "Formas de papel". Esta tabela contém várias formas geométricas, como quadrados, triângulos e círculos em diferentes cores e tamanhos. Ao lado, há uma tabela intitulada "Blocos de padrões". Esta tabela mostra padrões de blocos com diferentes combinações de cores e formas. Abaixo dessas tabelas, há uma seção com o título "Padrões de pontos". Esta seção contém linhas de pontos e traços em diferentes configurações. À direita, há uma tabela com o título "Formas de papel" novamente, mas com diferentes formas e cores comparadas à primeira tabela. Abaixo dessa tabela, há uma seção intitulada "Blocos de padrões" com diferentes padrões de blocos. No canto inferior direito, há uma tabela com várias formas geométricas como círculos, triângulos e linhas em diferentes configurações.

Figura 2- Padrões em sequências repetitivos



Fonte: Van de Walle (2009, p. 296-297)

O autor salienta que um avanço significativo é quando há a percepção de que dois padrões aparentemente diferentes constituem o mesmo padrão. Na Figura 2, por exemplo, as primeiras sequências que podem ser "lidas" AB-B-A-B-B, como mostrado abaixo,

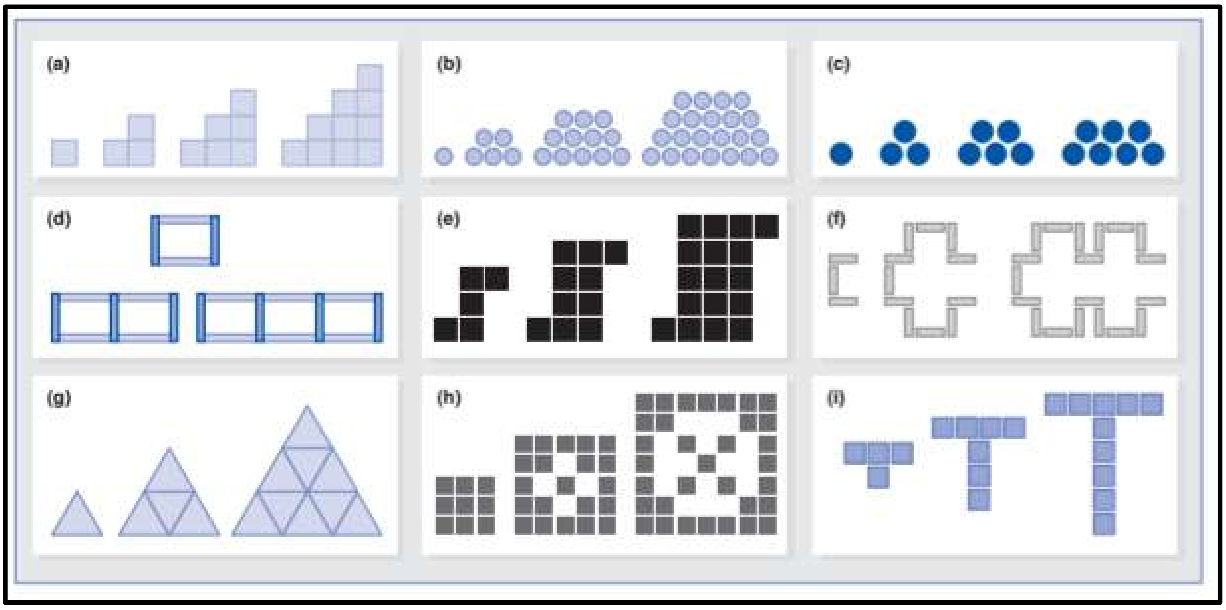


apresentam padrão repetitivo numérico como 1, 2, 1, 2... Em geral, porém, padrões numéricos envolvem progressões como 1, 2, 1,3, 1,4, 1, 5, ... Em todo caso, até mesmo crianças da educação infantil conseguem descobrir o próximo termo.

b) **Sequências recursivas/sequências com padrão de crescimento**

Van de Walle (2009) apresenta sequências com padrão de crescimento como um primeiro olhar para funções. É importante que estudantes, além de encontrarem os próximos termos, busquem por generalizações ou "uma relação algébrica que lhes dirá qual o elemento do padrão que ocupará qualquer lugar da sequência” (Van De Walle, 2009, p. 299). Na Figura 3[3], estão exemplificadas essas sequências.

Figura 3- Sequências crescentes com material concreto ou desenho



Fonte: Van de Walle (2009, p. 299)

Assim, as sequências podem ser exploradas utilizando várias estratégias, como gráficos, tabelas e elencando que cada termo seguinte está relacionado ao anterior de acordo com uma regra.

Sequências numéricas também fazem parte desse repertório, como, por exemplo:

> 2, 4, 6, 8, 10,... (números pares; adicione 2 a cada vez)
> 1, 4, 7, 10, 13,... (comece com 1; adicione 3 a cada vez) 1, 4, 9, 16,... (números quadrados: 12, 22, 32, etc.)
> 0, 1, 5, 14, 30,... (adicione o próximo número quadrado)
> 2, 5, 11, 23,... (dobre o número anterior e adicione 1)
> 2, 6, 12, 20, 30,... (multiplique pares de números consecutivos)
> 3, 3, 6, 9, 15, 24,... (adicione os dois números anteriores, exemplo de uma sequência de Fibonacci) (Van De Walle, 2009, p. 298).

Logo, várias sequencias podem ser construídas observando a natureza, as regularidades de números em diversos contextos.

---

[3] Descrição da figura 3: A figura mostra desenhos com várias sequências de figuras geométricas. A página está orientada na horizontal. No lado esquerdo da imagem, há várias sequências de figuras organizadas em uma grade. Cada sequência parece ilustrar um padrão crescente ou uma transformação geométrica. As figuras incluem formas como quadrados, retângulos e círculos, dispostos de maneiras diferentes para mostrar progressões ou mudanças.

c) **Igualdade**

Na BNCC, a igualdade é apresentada evidenciando a relação de equivalência, que, de acordo com o texto, pode ser iniciada com atividades simples, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. A compreensão que se espera é de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. No Quadro 10, estão representados os objetos do conhecimento e habilidades que se espera de estudantes no 3º e 4º ano em relação ao conceito de igualdade.

Quadro 10 - Igualdade na BNCC

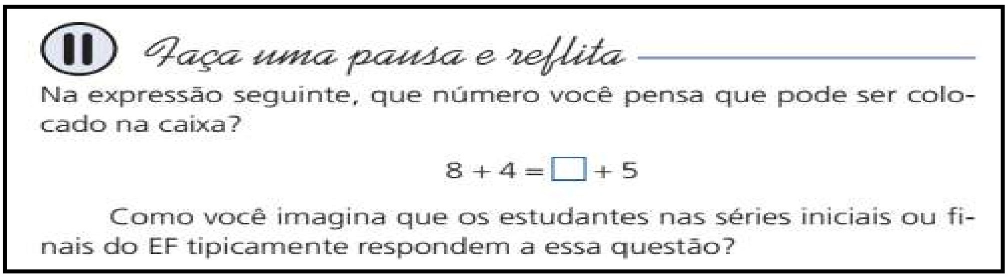
Ano	Objetos do Conhecimento	Habilidades
3º ano	Relação de igualdade	**(EF03MA11)** Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtração de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ano	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	**(EF04MA13)** Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para 102plica-las na resolução de problemas.
	Propriedades da igualdade	**(EF04MA14)** Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. **(EF04MA15)** Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º ano	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	**(EF05MA10)** Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. **(EF05MA11)** Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido

Fonte: BNCC (2018, p. 286-291)

Vamos fazer como a Figura 4[4] sugere: fazer uma pausa e refletir.

[4] Descrição da figura 4: A imagem apresenta uma atividade com os dizeres "faça uma pausa e reflita. Em seguida, a expressão que número você pensa que pode colocar na caixa". Depois, apresenta a expressão "8 mais 4 igual a quadrado mais 5.

Figura 4 – Atividade igualdade como equivalência


Faça uma pausa e reflita

Na expressão seguinte, que número você pensa que pode ser colocado na caixa?

$$8 + 4 = \square + 5$$

Como você imagina que os estudantes nas séries iniciais ou finais do EF tipicamente respondem a essa questão?

Fonte: Van de Walle (2009, p. 288)

E então, conseguiu? Como você entende que os(as) estudantes responderiam? A pesquisa relatada pelo autor aponta que somente (10%) dos(as) estudantes do 4º ao 6º ano conseguiram fornecer a resposta correta (7), enquanto as outras respostas foram 12 e 17. Para os estudantes que responderam 12 e 17, o autor explica que a compreensão do sinal de igual é "[...] próxima do significado da tecla na calculadora – é o que você tecla para obter a resposta. No formato escrito, ele separa o problema da resposta" (Van de Walle, 2009, p. 288). O erro ocorreu porque esses estudantes consideram o sinal de igual com um significado operacional, pensando que de um lado está a operação a ser resolvida e, do outro, deve aparecer o resultado. Já os(as) estudantes que acertaram, colocando 7 como resultado, entendem o sinal de igualdade como equivalência, em que o que está de um lado é equivalente ao que está do outro.

Assim, o autor sugere que explorar as equações como sentenças verdadeiras ou falsas (Figura 5)[5] e sentenças abertas (Figura 6)[6] que ajudam nessa compreensão.

[5] Descrição da figura 5: A imagem apresenta uma atividade de falso e verdadeiro em que são disponibilizadas sentenças como "5 mais 2 igual a 7", "4 mais 4 igual a 8" e outras sentenças mais elaboradas como: "4 mais 5 igual 8 mais 1".

[6] Descrição da figura 6: A imagem apresenta atividade em que deve ser preenchida o quadrado para que a sentença seja verdadeira. Assim, estão sentenças numéricas como "5 mais 2 igual a quadradinho", "4 mais quadradinho igual a 6". Abaixo das sentenças, aparece o texto "A tarefa é decidir que número pode ser colocado na caixa (quadradinho) para tornar a sentença verdadeira".

Figura 5 - Atividade de falso ou verdadeiro

Falso ou verdadeiro

Introduza sentenças verdadeiro/falso ou equações com exemplos simples para explicar qual o significado de uma equação verdadeira e de uma equação falsa. Então escreva várias equações simples no quadro, algumas verdadeiras e algumas falsas. As seguintes são apropriadas para as séries iniciais:

$5 + 2 = 7 \qquad 4 + 4 = 8$

$4 + 1 = 6 \qquad 8 = 10 - 1$

Sua coleção pode incluir outras operações, mas deve manter os cálculos simples. A tarefa dos alunos é decidir qual das equações são equações verdadeiras e quais não são. Para cada resposta eles devem explicar seu raciocínio.

Depois dessa exploração inicial de sentenças verdadeiro/falso, faça os alunos explorarem equações menos tradicionais na forma:

$4 + 5 = 8 + 1 \qquad 4 + 5 = 4 + 5 \qquad 3 + 7 = 7 + 3 \qquad 9 + 5 = 14$

$6 - 3 = 7 - 4 \qquad 9 + 5 = 14 + 0 \qquad 8 = 8$

Não tente explorar todas as variações em uma única lição. Escute os tipos de justificativas que os estudantes estão usando para justificar suas respostas e planeje equações adicionais adequadas para os dias subsequentes.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 289)

Figura 6 - Atividade sentenças abertas

Sentenças abertas

Escreva várias sentenças abertas no quadro. Para começar, elas podem ser semelhantes às sentenças verdadeiro/falso que você tem explorado.

$5+2 = \square \qquad 4 + \square = 6 \qquad 4 + 5 = \square - 1 \qquad 3 + 7 = 7 + \square$

$\square + 4 = 8 \qquad \square = 10 - 1 \qquad 6 - \square = 7 - 4 \qquad \square + 5 = 5 + 8$

A tarefa é decidir que número pode ser colocado na caixa para tornar a sentença verdadeira. É claro, uma explicação também é exigida.

Para estudantes a partir da 3ª série, inclua a multiplicação bem como adição e subtração.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 289)

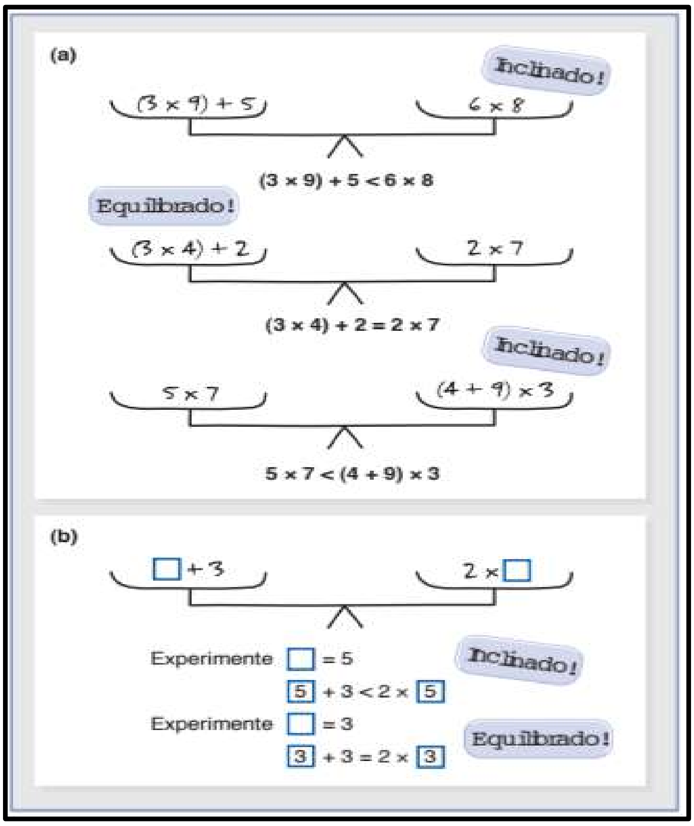
O autor comenta que estudantes estão familiarizados com as equações em que há uma expressão de um lado e um número simples no outro, mas não ao contrário, por exemplo $7 = 2 + 5$. Para uma equação sem operação ($8 = 8$), a discussão pode ser aquecida. Assim, o que está em discussão são as propriedades da igualdade como equivalência, ou seja, é simétrica (se a = b então b = a, para quaisquer elementos a e b), é reflexiva (a = a, para todo o elemento a) e é transitiva (se a = b e b = c, então a = c para quaisquer elementos a, b e c).

Assim, o valor 7 poderá ser escrito tendo várias possibilidades como adição de dois números como:

1+ 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 +1 = 0 + 7 = 7 + 0, podendo elencar várias propriedades em relação a operação de adição.

Outro recurso apresentado pelo autor para compreensão da igualdade como equivalência é o esquema do equilíbrio de uma balança de dois pratos com suas limitações, mas que pode ser utilizada com expressões numéricas simples (Figura 6) e também ilustra que as expressões em cada lado são nomes para números em vez de problemas para resolver (Figura 7)[7].

Figura 7 - Balança de dois pratos



Fonte: Van de Walle (2009, p. 292)

[7] Descrição da figura 7: A imagem mostra uma representação gráfica de uma balança de dois pratos com equações matemáticas em cada lado. No lado esquerdo da balança, há expressões como "(3 vezes 7) mais 5" e "(3 vezes 4) mais 2". No lado direito, há expressões como "6 vezes 8" e "2 vezes 7". Algumas dessas expressões estão marcadas como "Equilibrado!" ou "Inclinado!".

O autor também apresenta o trabalho com variáveis desde o início como elemento poderoso que permite expressar generalizações. Aponta como objetivo para que os(as) estudantes possam "[...] trabalhar com expressões envolvendo variáveis sem mesmo pensar sobre o número ou os números específicos que as letras possam valer" (Van De Walle, 2009, p. 290). As letras podem ser utilizadas como valor desconhecido. Nesse processo, os(as) estudantes podem:

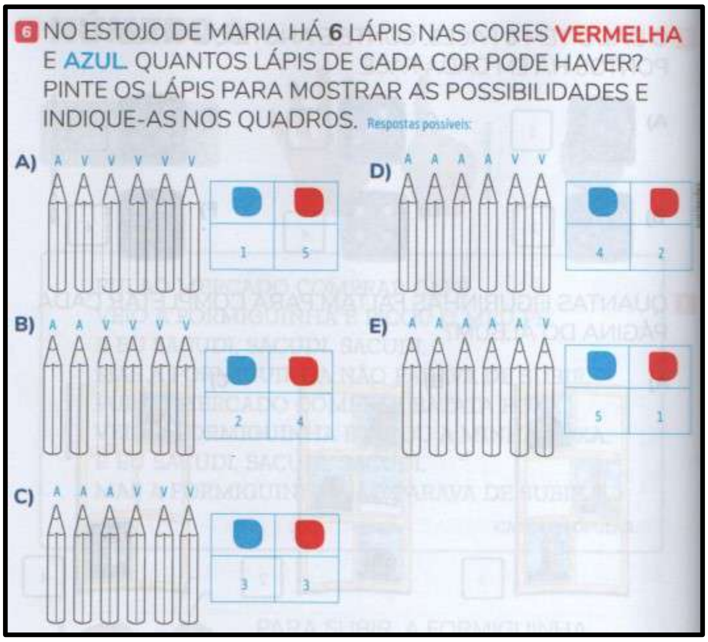
- Experimentar que letras são usadas como símbolos que representam um valor desconhecido.
- Entender que na exploração de sentenças abertas, o ☐ é o precursor de uma letra.
- Logo poderá começar a usar várias letras em vez de um ☐ em suas sentenças abertas.
- Compreender que os símbolos, as letras, variáveis representam números para tornar a sentença verdadeira.

No entanto, na BNCC, a orientação é de que não se use letras, sem dar nenhum motivo pela proibição. Recomenda-se utilizar sentença aberta do tipo: ☐ + ☐ + 7 = ☐ + 17 ou $n + n + 7 = n + 17$. Chama a atenção para utilização de uma regra de que o mesmo símbolo ou letra, aparecendo mais de uma vez, deve representar o mesmo número em todo lugar que aparece. Letras utilizadas como quantidades que variam a regra é de que existem símbolos ou variáveis diferentes em uma equação, as variáveis diferentes podem ter valores diferenciados. Assim, na equação $a + 6 = 10 - b$, uma solução poderia ser $a = 3$ e $b = 1$; outra é $a = b = 2$. Então, conclui que

> Nessa equação, as duas letras podem variar. Quando uma letra muda de valor, então a outra também muda. E muitos alunos acreditam que como as duas variáveis são diferentes, seus valores devem ser diferentes. Esse não é o caso. Nas séries iniciais, o uso de duas ou até de três letras é um precursor das variáveis usadas para descrever funções tais como em $y = 3x - 5$. Também é uma boa oportunidade para continuar a explorar e generalizar ideias sobre números e operações (Van De Walle, 2009, p. 291).

Existem muitas tarefas, portanto, que podem levar a criança a entender a igualdade como equivalência e a poder cultivar esse conhecimento em vários contextos, diminuindo as possibilidades de equívocos, de modo a iniciar com tarefas simples como a da Figura 8[8].

Figura 8 – Atividade de equivalência



Fonte: Coleção Bem me Quer, 1º ano, (2021, p. 86)

Logo, crianças dos anos iniciais, alfabetização, desde o início da escolaridade, poderão aprender a equivalência nas igualdades.

Desse modo, o ensino de álgebra, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, é consenso entre os(as) estudiosos(as) da Educação Matemática que deve ser iniciado desde a Educação Infantil, o que já se configura como realidade, há muito tempo, em outros países. No Brasil, foi incorporado ao currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental recentemente, com a homologação da BNCC, ficando os(as) professores(as) responsáveis por esse ensino sem que tenham sido preparados(as), ou seja, sem formação inicial ou continuada. Isso pressupõe que, para ensinar, é necessário ter familiaridade com o conhecimento específico do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular do conteúdo.

[8] Descrição da figura 8: A imagem mostra uma atividade escolar. No canto superior direito, há um texto que diz: "No estojo de Maria há lápis de cor vermelha e azul. Quantos lápis de cada cor há? Pinte os lápis para mostrar e indique-as nos quadrados." Abaixo do texto, há duas colunas de lápis desenhados. A coluna da esquerda tem 6 lápis e a da direita tem 5 lápis. Abaixo dos lápis, há dois quadrados, um com um círculo azul e outro com um círculo vermelho. É uma atividade para contar e colorir os lápis de acordo com as cores mencionadas.

Autores(as) da área apontam que, para esse ensino, é fundamental a apresentação de tarefas que promovam o pensamento algébrico, como a resolução de problemas, a modelação, a observação das estruturas, a comprovação e as expressões de generalidade decorrentes de padrões geométricos ou sequências numéricas ou figurais, entre outras. Como avalia Silva (2017), porém, em relação ao currículo, propostas de reformas curriculares, quando focadas em aspectos isolados dos conteúdos, são vazias de transformação, pois serão assimiladas por discursos pedagógicos que mantêm suas estruturas e gramáticas intactas. Ao desprezar as dificuldades diárias do cotidiano da sala de aula, os currículos prescritos abdicam de importantes indicadores da prática pedagógica que poderiam potencializar as propostas curriculares.

3 CAMINHAR É PRECISO. ENTÃO CAMINHEMOS ...

> O atendimento aos fundamentos lógicos permite, ainda, ponderar resultados e revelar os interesses humanos e as visões de mundo que determinam as respostas aos problemas que a realidade apresenta. Nesse sentido, a lógica torna-se um instrumental necessário e crítico no esforço da produção de pesquisas com maior grau de qualidade, maior capacidade de resposta e maior potencial de transformação (Gamboa, 2013, p. 141).

Conforme a afirmação de Gamboa (2013) e, mais precisamente, o fato de que são "[...] as visões de mundo que determinam as respostas aos problemas que a realidade apresenta", percebemos que a pesquisa é análoga a um labirinto. Ao percorrê-lo, diversas situações são apresentadas: ora ficamos inertes, sem saber qual direção seguir; ora tomamos uma direção que nos leva à escuridão total e temos que voltar e continuar em busca de possíveis saídas. Enfim, mesmo "chegando" a um lugar, tendo ido e voltado várias vezes, fica a sensação de que as escolhas, pautadas na visão de mundo em que "[...] a lógica torna-se um instrumental necessário e crítico no esforço da produção de pesquisas com maior grau de qualidade, maior capacidade de resposta e maior potencial de transformação", não se configuraram, de fato, para a transformação. Nessa direção, Lüdke e André (2013) corroboram essas ideias ao evidenciar a pesquisa como uma atividade humana e social.

> É igualmente importante lembrar que, como atividade humana e social, a pesquisa traz consigo, inevitavelmente, a carga de valores, preferências, interesses e princípios que orientam o pesquisador. Claro está que o pesquisador, como membro de um determinado tempo e de uma especifica sociedade, irá refletir em seu trabalho de pesquisa os valores, os princípios considerados importantes naquela sociedade, naquela época. Assim, a visão do mundo, os pontos de partida, os fundamentos para a compreensão e explicação desse mundo influenciarão a maneira como ele propõe suas pesquisas ou, em outras palavras, os pressupostos que orientam seu pensamento vão também nortear sua abordagem de pesquisa (Lüdke; André, 2013, p. 3).

O labirinto configura a realidade da pesquisa, e a visão da totalidade não se apresenta com a possibilidade de olhar por cima; ao contrário, temos que mapear todos os caminhos percorridos ou não, juntar as partes fragmentadas na possibilidade de compreender o todo. Assim, entendo que muitas partes se perdem, pois a visão de mundo é limitada e direcionada para pontos que vão ao encontro de vivências, experiências e referenciais que se constituíram ao longo da vida. Desse modo, muitos fatores e respostas ficam de fora, e a realidade não é percebida em sua totalidade.

Em uma disciplina de metodologia realizada durante o percurso do mestrado, o que ficou gravado foi que a metodologia se apresentava ao caminhar; no entanto, olhos vendados por diversos motivos acompanham o processo, que se configura com muitas dificuldades, angústias e controvérsias sobre qual e com quais instrumentos percorrer o caminho.

Neste capítulo, procuramos elencar como a pesquisa foi desenvolvida, pontuando as escolhas feitas ao longo do desenvolvimento, na intenção de descrever a natureza da pesquisa qualitativa, a constituição do produto educacional que culminou nos momentos formativos, em forma de episódios, etapas e procedimentos permeados pela investigação, visando atingir os objetivos delimitados na dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) do Instituto Federal de Goiás, Câmpus Jataí.

3.1 Pressupostos metodológicos

A presente pesquisa transcorreu no contexto de "episódios" com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede pública municipal de Senador Canedo, Goiás. A escola em questão foi escolhida por abarcar um maior número de professores(as) que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo considerada uma escola de referência na rede em termos de instalações e resultados referentes ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Os pressupostos metodológicos se evidenciaram de acordo com a pesquisa qualitativa, de caráter descritivo-interpretativo, atualmente muito utilizada na área da educação. A pesquisa tem como proposição adotar como fundamentos as características citadas por Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51) acerca da efetivação de uma pesquisa qualitativa. Por isso, dedicamos atenção aos seguintes itens:

1. Procurar conhecer a realidade dos(as) professores(as) diante dos desafios do ensino. O ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como principal instrumento.
2. Gerar dados descritivos por meio de instrumentos que valorizem o caráter qualitativo da investigação, sem uma preocupação de natureza quantitativa.
3. Valorizar o processo e não somente o resultado.
4. Compreender que nada é definitivo. "[...] as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão se tornando mais fechadas e específicas no extremo" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 50).

5. Compreender que a construção de significado é de suma importância. É essencial valorizar o contexto em que os(as) professores(as) estão inseridos(as).

Dessa maneira, Lüdke e André (2013, p. 14), tendo como referência os mesmos autores, Bogdan e Biklen (1982), acreditam que a pesquisa qualitativa "[...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes". Eles ainda pontuam que a análise de dados tende a seguir um processo indutivo, ou seja, o estudo vai se afunilando em questões mais diretas e específicas.

Ainda em relação ao caráter de investigação da realidade educacional, a respeito do paradigma interpretativo, Moreira e Caleffe (2008, p. 59-60), em referência a alguns autores, consideram sua utilidade por três razões básicas: a) é mais inclusivo do que outros termos; b) evita que essas abordagens tenham conotações essencialmente não quantitativas; e c) aponta para características comuns às várias abordagens. Assim, sua centralidade se direciona para o significado humano da vida social e sua explicação e exposição pelo pesquisador.

Para esses autores, o pesquisador interpretativo e a linguagem se configuram como um sistema simbólico sobre cujos significados as pessoas podem deferir. Eles acreditam que o pesquisador é capaz de interpretar e articular

> [...] experiências em relação ao mundo para si próprio e para os outros. Ele não está à parte da sociedade como um observador, mas constrói ativamente o mundo em que vive. Não vê seus atributos e comportamentos como ontologicamente externos a si mesmo; só pode conhecer a realidade social por meio do seu entendimento subjetivo. A realidade social não pode estar separada do significado que ele dá a ela e como ele interpreta essa realidade (Moreira; Caleffe, 2008, p. 62).

Pontuam que a relação entre pesquisador e pesquisado está ligada ao conhecimento do pesquisador. Esse conhecimento abrange toda uma trajetória, pois "[...] é o instrumento humano que é capaz de ir além da informação intelectual e racional para incluir emoções, valores, crenças e suposições que constituem a experiência de vida dos indivíduos no contexto social" (Moreira; Caleffe, 2008, p. 63-64). Nesse sentido, o processo de pesquisa, considerando o ponto de partida e chegada, é uma interação dialética contínua, em que análise crítica e reanálise estão em constante movimento, evidenciando uma construção articulada da temática.

Esses autores acreditam que as características de uma pesquisa devem almejar ser uma "[...] investigação sistemática, crítica e autocrítica com o objetivo de contribuir para o avanço do conhecimento" (Bassey, 1990, p. 27 *apud* Moreira; Caleffe, 2008, p. 17-18). Advogam que a pesquisa é sistemática devido à produção e análise de dados estarem amparadas por uma razão ou teoria. É crítica, pois os dados produzidos devem estar submetidos a um exame criterioso pelo pesquisador, com a finalidade de garantir que sejam precisos e representem os objetivos. Ela é autocrítica na medida em que os pesquisadores utilizam a autocrítica nas decisões sobre a investigação, em relação aos instrumentos, análise e apresentação de dados. Evidenciam que a característica essencial da pesquisa é promover o avanço do conhecimento, na compreensão dos eventos e processos, orientações, que também incluem descrições, explanações, interpretações e todo o processo necessário para se alcançar esse conhecimento.

Para Moreira e Caleffe (2008, p. 73), a pesquisa qualitativa "[...] explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente. O dado é frequentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação". Assim, considera-se que o pesquisador deve estar atento às opiniões dos sujeitos participantes da pesquisa, com olhar e ouvidos atentos durante a produção de dados, entendendo que a pesquisa qualitativa procura elucidar discursos e relatos que seriam impossíveis diante de uma investigação quantitativa.

Desse modo, diante de uma pesquisa qualitativa, Bogdan e Biklen (1994, p. 49) salientam a exigência de que "[...] o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo".

Nessa perspectiva, Lüdke e André (2013, p. 48) propõem que a "[...] diversidade de pontos de vista e de enfoques parece contribuir mais para aumentar o conhecimento sobre algo do que para limitá-lo". Portanto, a pesquisa foi um processo que exigiu rigor, preparo, dedicação, tempo e a intersecção de instrumentos de coleta de informações e suas análises.

3.2 O problema da investigação e seus objetivos

O processo de ensinar não é desvinculado da aprendizagem. Ele envolve conhecimentos metodológicos, teóricos e práticos que concretizam a práxis do(a) professor(a). Nesse processo, a formação inicial do(a) professor(a) que atua nos anos iniciais, a maioria deles pedagogos(as), é um tema relevante na pesquisa acadêmica em educação, pois a atividade pedagógica, além de forma e conteúdo, inclui os processos de ensino e aprendizagem dos múltiplos saberes nos diferentes contextos.

A formação de professores(as) nos anos iniciais tem sido tema de estudos (Gatti, 2010; Saviani, 2009; Libâneo, 2015; Passos; Nacarato, 2018; entre outros), que apontam limitações nos conhecimentos específicos ministrados nas disciplinas dos cursos de Licenciatura em Pedagogia, levando em conta a dicotomia entre conhecimentos didáticos e específicos. Diante disso, considerando a matemática prescrita no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental e o curto prazo para o desenvolvimento dessas disciplinas na formação inicial, geralmente de um a dois semestres, o tempo disponível é insuficiente para contemplar esses saberes.

Ainda assim, documentos orientadores são elaborados visando a um conteúdo mínimo a ser ensinado na escola, sem levar em conta a opinião dos professores que atuam nos anos iniciais e sem considerar os diferentes contextos sociais e culturais. Dessa forma, a responsabilidade pelo ensino desse currículo "mínimo" recai sobre o(a) professor(a), que se torna alvo de constantes críticas diante dos resultados das avaliações em grande escala. E a contrapartida? O que o Estado tem oferecido a esse profissional, uma vez que a formação inicial tem se mostrado insuficiente?

Diante dessas questões e da problemática especificada na introdução desta dissertação, é necessário realizar questionamentos em relação às políticas públicas, à organização do ensino, à carga horária dedicada aos diversos componentes curriculares, ao currículo mínimo propriamente dito, às ementas das disciplinas, às metodologias e à formação e ao conhecimento dos(as) docentes em relação à unidade temática "álgebra" na proposição do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nesse contexto, a questão de pesquisa que procuramos responder foi:

Quais conhecimentos sobre "álgebra" as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Senador Canedo têm para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de Matemática?

Com a intenção de buscar respostas para o problema da investigação e para a questão de pesquisa apresentada, elencamos os seguintes objetivos:

Geral: Analisar a compreensão de um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de momentos interativos. Assim, o objetivo geral se desdobra em três objetivos específicos:

1. Verificar a compreensão das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre a unidade temática "álgebra", conforme a Base Nacional Comum Curricular;

2. Evidenciar indícios de conhecimento das professoras sobre o pensamento algébrico durante os momentos interativos;

3. Mobilizar reflexões com as professoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Acreditamos que a pesquisa proporcionará elementos para refletir sobre a prática pedagógica, a necessidade de formação continuada e as relações de poder em que a educação está inserida. A partir disso, vislumbramos possíveis transformações na visão de mundo, no fazer diário das professoras e na busca por aprofundamento na temática.

3.3 Instrumentos de produção de dados e etapas da pesquisa

As etapas da pesquisa foram escolhas e processos que se interseccionam para alcançar um objetivo, um resultado, uma possível (pelo menos é o que acreditamos) resposta à problemática posta. Entendemos que esses processos não são lineares, e as etapas apresentadas em sua continuidade não representam a realidade. Ou seja, não quer dizer que tiveram início e fim como descritas. Além disso, estimamos que a pesquisa começou bem antes dessas etapas.

Em síntese, durante todo o estágio da pesquisa, com idas e vindas, procuramos tomar decisões interconectadas para responder à pergunta inicial e atingir os objetivos da pesquisa. Partindo desse entendimento, a investigação seguiu as seguintes etapas:

a) **Mapeamento bibliográfico:** Essa fase foi efetivada a partir do levantamento de produções de pesquisas com os descritores "Formação de professor em Pedagogia" e "pensamento algébrico" AND "álgebra nos anos iniciais" por meio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com acesso ao CAFe pela UFG, à procura de pesquisas que contribuíssem para esta discussão. Esses levantamentos estão dispostos no Capítulo I, que foi dividido em Parte I, relativa às produções sobre a formação de professores em Pedagogia, e Parte II, com as pesquisas relacionadas ao pensamento algébrico e álgebra nos anos iniciais.

b) **Construção do referencial teórico:** Foram elencados(as) autores(as) que discutem a formação de professores(as) em relação aos conhecimentos matemáticos e que dialogam com a temática dos pressupostos relativos à trajetória da álgebra, dos currículos e seu ensino nos anos iniciais. Procuramos dialogar com pesquisadores(as) sobre a conceituação da álgebra e do pensamento algébrico; assim, percebemos a importância da formação inicial e continuada direcionadas para as reais necessidades dos professores(as) em sala de aula. Buscamos entender o que os(as) autores(as) consideram como álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como desenvolver o pensamento algébrico, quais elementos diferenciam a álgebra de outras subáreas da Matemática e como esse saber foi construído ao longo da história. Essa etapa perpassou toda a duração da pesquisa, com várias situações problematizadas e proposições de soluções concretas, constituindo o Capítulo II, que também se encontra dividido em duas partes.

c) **Constituição dos sujeitos da pesquisa:** Primeiramente, é importante salientar que a escolha da escola ocorreu porque a pesquisadora pertence à rede de ensino do município há mais de 20 anos, conhece a gestora da escola, tem o maior número de professoras (sendo 12 no total) que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e possui o maior Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) do município.

Assim, a pesquisa de campo propriamente dita teve início com foco nas professoras que ensinam Matemática em uma escola pública municipal situada em Senador Canedo, Goiás. O primeiro contato foi com a gestora, a quem foi apresentada a pesquisa e seus objetivos. A gestora assinou a carta de anuência, ciente de que a escola seria cadastrada na Plataforma Brasil como coparticipante da pesquisa. Disponibilizou dados necessários e colocou à disposição a estrutura da escola para a realização da pesquisa. Após a aprovação da pesquisa pelo Comitê de Ética do IFG, o segundo contato foi com as professoras. Nessa busca de aproximação com as professoras, surgiram vários contratempos e desafios.

O primeiro desafio ocorreu no primeiro contato com as professoras, em 17 de janeiro, quando elas estavam reunidas preparando o material para o início do ano letivo de 2023. Em meio a recortes de EVA, papel sulfite e outros materiais, foi apresentada a pesquisa; no entanto, somente três professoras se propuseram a preencher o questionário contendo questões mistas e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). As demais se desculparam e alegaram que não poderiam participar da pesquisa porque estavam sobrecarregadas com a carga horária de 40 horas semanais e com muitas responsabilidades. Outras disseram que estavam doentes ou passando por problemas familiares. Três professoras representam uma amostra relativamente pequena em relação à amostragem de 12 professoras.

Diante dessa constatação, o próximo passo foi conversar com cada professora individualmente. Essa ação contribuiu para que oito professoras pegassem o material (TCLE e questionário), totalizando 11 professoras com o material. A partir de diálogos com as docentes, nove das 11 professoras que estavam com o material responderam ao questionário. Dessas, uma pediu remoção para outra escola e outra se aposentou. Das sete professoras restantes, somente cinco aceitaram participar da pesquisa, embora com muitas ressalvas em relação à formatação dos encontros.

Com muitas negociações, foi possível realizar cinco momentos interativos com as professoras, os quais denominaremos de episódios, por orientação da banca de qualificação, que explicaremos no instrumento de produção de dados por observação-participante no contexto da pesquisa.

A partir desses primeiros passos, verificamos os impactos do sistema capitalista na precarização das condições de trabalho. A busca por resultados quantitativos gera a inserção de uma política capitalista com aspectos neoliberais. Como realizar a formação continuada se o trabalho ocupa quase a totalidade do tempo das docentes? O tempo se reduz, ou seja, são tantas as demandas que fica difícil promover a formação continuada.

A necessidade dessa formação, no entanto, existe, seja para se apropriar de conhecimentos (por exemplo, a álgebra) que não foram contemplados na formação inicial, seja para avançar na carreira. Assim, a precarização do trabalho docente se intensifica com o controle do trabalho pedagógico por meio da padronização do currículo imposta pela BNCC, na cobrança por índices elevados em avaliações externas (SAEB) e com as políticas de responsabilização.

A formação continuada que defendemos está pautada em uma racionalidade crítica, emancipatória e contextualizada, com engajamento e compromisso sociopolítico, atitudes éticas e autônomas diante da realidade educacional contemporânea multifacetada, que apresenta questões cada vez mais desafiadoras nas práticas docentes. Nessa ótica, é possível, nas palavras de Contreras (2002), intervir nos problemas sociopolíticos por meio das práticas escolares, em prol da justiça e da igualdade social.

> A consciência de estar num âmbito de atuação com um claro componente político está também em relação com outro aspecto: o da significação política sob a qual se desenvolve a prática educativa. Se a educação for entendida como um assunto que não se reduz às salas de aula, mas que tem uma clara dimensão social e política, a profissionalidade pode significar uma análise e uma forma de intervir nos problemas sociopolíticos que competem ao trabalho de ensinar. Na medida em que a prática escolar pode estar desempenhando algum papel na educação das pessoas, que tenha algum efeito sobre suas vidas futuras, estamos falando de problemas nos quais a pretensão da justiça e da igualdade social pode ter um significado intrínseco à própria definição do trabalho docente (Contreras, 2002, p. 81).

Uma formação que seja contrária a uma racionalidade técnica, que supere a reprodução e o repasse de conteúdos sem questionamentos ou reflexão. Postulamos uma formação defendida por Freire (2005), de uma prática reflexiva, crítica e autônoma, na qual os saberes necessários à prática docente estejam pautados na compreensão de que: 1) não há docência sem discência; 2) ensinar não é transferir conhecimento e 3) ensinar é uma especificidade humana. Logo, a formação continuada está contemplada nas políticas públicas educacionais. O que se constatou é que as formações continuadas oferecidas pelo governo não contemplam as necessidades concretas dessas professoras, pois não são consultadas e acontecem de cima para baixo. Nesse sentido, a formação necessária às realidades concretas fica a cargo do(a) professor(a) que se empenha para continuar aprendendo e oferecer um ensino de qualidade para os(as) estudantes.

d) **Questionário inicial com as professoras**: Consideramos o questionário um instrumento valioso, na direção de possibilitar a utilização de questões abertas e fechadas, proporcionando análises das respostas mais simples e, também, oferecendo informações descritivas. Concordamos com Moreira e Caleffe (2008) ao salientar que o questionário oferece aos(as) pesquisadores(as) eficiência do tempo, anonimato para os(as) participantes da pesquisa e perguntas padronizadas, que "[...] significam que não há um entrevistador interpretando/distorcendo o significado das respostas. Mas é preciso muito cuidado na elaboração dos itens". Ao elaborar as perguntas do questionário, cuidamos para que fosse o mais "[...] atrativo em termos de apresentação, breve quando for o caso, fácil de entender, e de preenchimento razoavelmente rápido" (Moreira; Caleffe, 2008, p. 106).

Assim, o questionário foi construído contendo perguntas abertas e fechadas. As questões foram elaboradas e apresentadas aos(as) professores(as) visando a apreender os contatos, dados pessoais, conhecer a experiência profissional, a formação inicial e continuada, e os conhecimentos sobre álgebra em diversos contextos: na vida, como estudante do ensino básico, na formação e na escola, ou seja, na profissão, em suas práticas pedagógicas em sala de aula, explicitando suas necessidades e dificuldades em relação ao ensino-aprendizagem de álgebra. Com a organização dos dados, obtiveram-se informações a respeito das demandas formativas em relação à temática álgebra, trazendo elementos importantes para a complementação do momento formativo.

e) **Observação-participante no contexto da pesquisa**: No contexto de produção de dados, outro instrumento utilizado foi a observação, definida como uma observação-participante, já que o envolvimento da pesquisadora esteve presente durante todo o processo da investigação. Desse modo, entendemos a observação-participante como um instrumento diferenciado de abordagens tradicionais, em que

> [...] as questões novas vinham, por um lado, de uma curiosidade investigativa despertada por problemas revelados pela prática educacional. Por outro lado, elas foram fortemente influenciadas por uma nova atitude de pesquisa, que coloca o pesquisador no meio da cena investigativa, participando dela e tomando partido na trama da peça (Lüdke; André, 2013, p. 8).

A ação da observação-participante envolve toda uma estratégia de participação e envolvimento com a situação estudada. Para Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 108), a observação-participante é “[...] uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc.), pressupõe um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada”.

A observação-participante ocorreu durante a materialização do produto educacional, em momentos interativos com as professoras, que foram gravados em vídeo e/ou áudio, devidamente autorizados pelas participantes, e depois transcritos para discussão e análise. Nesse contexto, como observadora-participante, a pesquisadora procurou estar atenta a questões que não foram relatadas ou que se constituíram desconhecidas do sujeito, permitindo acrescentar informações que deram sentido à questão levantada e conduziram à consecução do objetivo da pesquisa.

Salientamos como vantagem da observação que

> [...] o observador pode recorrer aos conhecimentos e experiências pessoais como auxiliares no processo de compreensão e interpretação do fenômeno estudado. [...] permite também que o observador chegue mais perto da “perspectiva dos sujeitos”, um importante alvo nas abordagens qualitativas (Lüdke; André, 2013, p. 30-31).

Lüdke e André (2013) acrescentam outras características que fazem parte das habilidades de um bom observador, como a capacidade de tolerar ambiguidades, inspirar confiança, ter consciência e sensibilidade, entre outras. O pesquisador, ao observar, deve ter um olhar múltiplo e proporcionar um ambiente que inspire confiança, para que consiga obter a participação e as informações necessárias.

Nesta pesquisa, dos cinco momentos interativos realizados com as professoras, somente um foi presencial; os outros quatro foram remotos. Nos momentos remotos, as participantes, em vários momentos, optaram por deixar as câmeras desligadas. A ferramenta utilizada para esses momentos interativos, em formato remoto, foi o *Google Meet*, por ser de conhecimento das professoras e por ter sido utilizada na rede pública municipal de Senador Canedo durante a pandemia da COVID-19, no período de março de 2020 a março de 2022.

Ao utilizar essa ferramenta, assim que se inicia uma apresentação em tela, o(a) apresentador(a) perde o contato visual. Assim, a pesquisadora, ao utilizar o modo de apresentação, tem acesso apenas à voz das participantes, sem poder visualizá-las. Apesar dessa limitação, observamos indícios de compreensão das professoras sobre elementos constituintes de formação, práticas pedagógicas e pensamento algébrico, que forneceram evidências para a categorização dos episódios. Os momentos interativos foram constituídos em quatro episódios, contendo tarefas para discussão, análise, reflexão e aprendizado.

Na intenção de definir “episódios”, recorremos ao trabalho de dissertação de Silva (2022), sugerido pela banca de qualificação, em que episódio é definido como "[...] uma sequência interativa clara e conspícua, ou trechos do registro em que se pode circunscrever um grupo (...) a partir do arranjo que formam e/ou da atividade que realizam em conjunto" (Pedrosa; Carvalho, 2005, p. 432 *apud* Silva, 2022, p. 96). Além disso, para consolidar a construção instrumental teórico-metodológica, na intenção de capturar elementos da formação docente, o autor traz contribuições de Moura (2004), que compreende episódios como

> [...] frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser uma afirmação de um participante de uma atividade não tendo impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (Moura, 2004, p. 276 *apud* Silva, 2022, p. 97).

Tendo o entendimento do que sejam episódios, pontuamos como foram realizados os momentos interativos, com duração de 12 horas de interação direta (presencial ou remota) e 8 horas para realização das tarefas propostas, de acordo com o Quadro 11.

Quadro 11 - Cronograma dos momentos interativos

Episódios	Dia	Dia da semana	Horário	Formato	Total de horas
Episódio I	29/04/23	Sábado	7h às 11h	Presencial	4h
Episódio II	10/05/23	Quarta	19h às 20h	Remoto	2h
Episódio III	18/05/23	Quinta	19h às 20h	Remoto	2h
Episódio IV	14/06/23	Quarta	19h às 20h	Remoto	2h
	21/06/23	Quarta	19h às 20h	Remoto	2h
Total					12h + 8h= 20h

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

A intenção inicial foi que todos os momentos interativos fossem presenciais. As professoras, no entanto, foram enfáticas ao relatar a indisponibilidade de tempo, já que, ao trabalharem oito horas diárias, queriam ir para casa e ainda teriam demandas para o dia seguinte. Sendo assim, de janeiro a junho, houve muitas ponderações e negociações para que esses momentos de interação se concretizassem. No final de abril, precisamente no dia 29, um sábado letivo, surgiu a possibilidade de ocorrer o primeiro momento.

Na véspera do primeiro episódio, para confirmá-lo, houve contato com a escola, resultando em um diálogo com a gestora e a coordenadora. A primeira afirmou que não havia compreendido que o sábado letivo teria as quatro horas destinadas à pesquisa. Relatou que precisaria se reunir com as professoras e, sem ter conhecimento das atividades propostas, verbalizou que “as professoras não conseguiriam ficar quatro horas em um ‘curso’, com muitas teorias”.

Assim, foi necessário explicar que os momentos interativos seriam bastante dinâmicos, com muito diálogo e prontidão para a escuta, além de um olhar sensível para com as necessidades das professoras. Desse modo, ficou acordado que a coordenadora passaria alguns informes e deixaria o tempo restante para a pesquisa. Diante desse acontecimento, podemos perceber as concepções de desvinculação entre teoria e prática, que, conforme Paniago (2017, p. 33), “[...] quando a perspectiva de formação é pautada na racionalidade técnica, há uma dicotomia entre teoria e prática, bem como há a valorização extrema das áreas específicas e, consequentemente, das pesquisas vinculadas a essas áreas”, e podemos inferir os tipos de “formação continuada” a que elas estavam “acostumadas”.

Para contextualizar os episódios, remetemo-nos à história: “ponto por ponto, costura pronta”, que se trata de uma lenga-lenga divertida, na qual uma sequência de acontecimentos, personagens e materiais é inserida até que a blusa da Gerusa, uma boneca de pano, seja costurada. É nessa tecitura, ao fazer, ajustar e desfazer a costura, ocasionando diversas maneiras de construir e solucionar uma tarefa, que nos apoiamos para denominar os episódios.

O Episódio I foi denominado "Ponto por ponto - Iniciando a costura”. Dispusemos para filmagem em vídeo e/ou áudio dois gravadores, duas câmeras e o suporte de dois celulares para fotografar e/ou filmar. Foram oferecidos café da manhã, lembrancinhas (avatares das professoras) desejando boas-vindas, e material contendo textos teóricos e tarefas relacionadas à temática. Assim, neste episódio procuramos alavancar o debate sobre a formação e o ensino de álgebra nos anos iniciais, como a BNCC define como unidade temática na área de Matemática para os anos iniciais, com todas suas implicações no trabalho docente. Vários materiais, como escala *Cuisenaire*, blocos lógicos, tampinhas, lápis de escrever, lápis de cor, borracha e caneta, foram disponibilizados.

Esse episódio foi marcado pela euforia das professoras, que queriam ser ouvidas. Falavam ao mesmo tempo e estavam animadas para discutir o que as preocupava, bem como as demandas internas e externas impostas a elas relacionadas às práticas educativas. Em torno das questões levantadas no questionário, o primeiro tópico da conversa diz respeito à formação inicial, sobre a qual apontaram que, nos cursos de Pedagogia, é significativa a ausência de conteúdos matemáticos. Outros pontos também foram evidenciados:

- Formação continuada
- Estrutura física, material, organizacional, pedagógica, gestão da escola pública;
- Neoliberalismo na escola
- Educação, ensino-aprendizagem de matemática/álgebra/pensamento algébrico, engajamento de pais/responsáveis
- Base Nacional Comum Curricular (BNCC)/avaliações externas
- Álgebra e pensamento algébrico

A tarefa referente à álgebra realizada partiu da história "Ponto por ponto - costura pronta", de Lúcia Pimentel Góes, em que um novo elemento era adicionado à história, constituindo uma sequência. A história foi apresentada em vídeo disponível no meu canal do *Youtube*: https://youtu.be/Qk1pV-cgYvI (canal da autora) e também no formato de um pergaminho (Figura 9[9]).

Figura 9 - História ponto por ponto costura pronta

Fonte: Acervo da autora (2023)

Concluído o primeiro episódio, os outros quatro ocorreram de forma remota. Outro complexo desafio se concretizou: elaborar material em formato remoto, pois trabalhar com conteúdo algébrico exigia muitas "explicações" e ferramentas para as intervenções em tempo

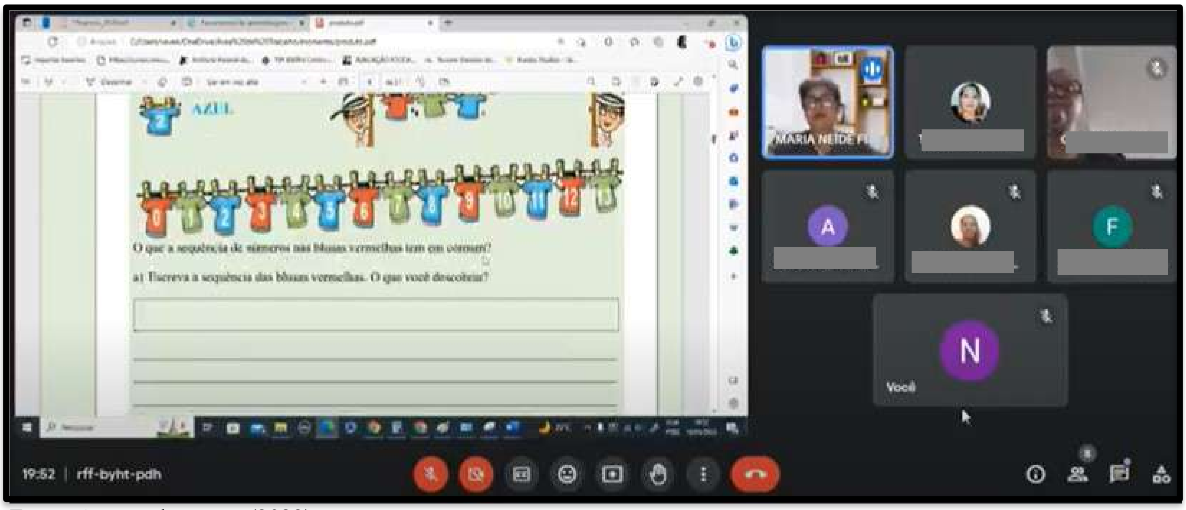
[9] Descrição da figura 9: A imagem mostra duas pessoas segurando uma história intitulada: "ponto por ponto-costura pronta" em papel em sentido horizontal, em forma de pergaminho.

real. Assim, utilizamos mesa digitalizadora, formulários *Google Forms*, jogos *online* e *Jamboard*, o “quadro branco” disponível no *Google Meet*.

A participação das professoras nos momentos remotos foi menor do que no presencial, já que, após um dia exaustivo de trabalho, estavam bastante cansadas. Além disso, em cada um dos cinco momentos realizados, registrou-se a ausência de alguma docente. Nas tarefas impressas e digitais (formulário), também não houve a participação de todas as professoras, ou seja, das cinco professoras que participavam da pesquisa.

O Episódio II ocorreu sincronicamente via *Google Meet* e foi intitulado “O varal de blusas da Gerusa - Desenvolvendo uma tarefa de sequência”. A proposta foi dar continuidade à história “Ponto por ponto, costura pronta”. Discutiu-se coletivamente a tarefa do varal de Gerusa (Figura 10), referente a padrões e regularidades nas sequências apresentadas. As professoras relataram que a Matemática, de modo geral, é muito difícil e que trabalhar o conteúdo de álgebra, com foco no pensamento algébrico, era ainda mais desafiador.

Figura 10[10] – O varal das blusas da Gerusa



Fonte: Acervo da autora (2023)

A proposição dialógica como essência da educação foi mantida, pautada em Freire (2005), na promoção da humanização, com diálogo em uma relação horizontal e na perspectiva de humildade, em que todos aprendem sem hierarquização. A conjectura era buscar maior participação, procurando sempre incentivar e mostrar que, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, poder-se-ia utilizar a aritmética, chamada de aritmética generalizada, e

[10] Descrição da figura 10: A imagem está de lado e mostra uma tela de computador com um documento aberto na plataforma *Google meet*. No lado esquerdo da tela, há uma tarefa de sequência com números em blusas nas cores vermelha, verde e azul que se repetem, numeradas nessa ordem de zero a 13. No centro, há um texto com linhas para preenchimento e, à direita, há uma série de ícones coloridos referenciando as pessoas participantes.

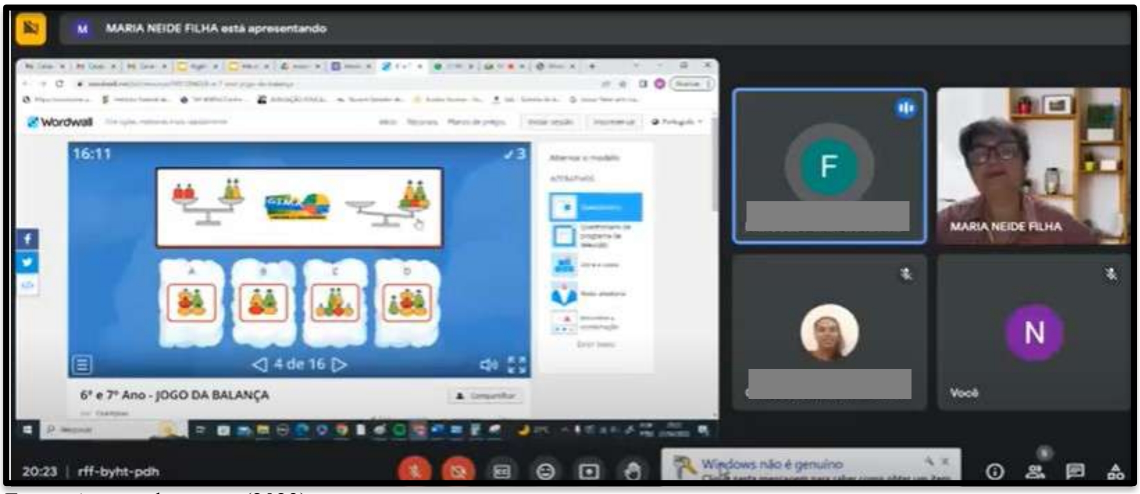
que havia vários caminhos para resolver as tarefas sugeridas. O importante era que entendesse o que estava fazendo, atribuindo sentido a cada momento, partindo da estrutura da aritmética, de casos particulares e chegando a uma generalização. Assim, pela generalização, ampliaria o alcance do raciocínio para além de casos particulares.

Por sugestão das professoras, foi utilizado o formulário do *Google Forms*. Elas também solicitaram que as questões fossem de múltipla escolha, o que foi atendido parcialmente, pois era necessário que justificassem as questões, explicando o raciocínio empregado nas atividades propostas de forma discursiva. Relataram que estavam muito sobrecarregadas, ainda mais com ensaios para apresentações em homenagem ao Dia das Mães e, posteriormente, para a festa junina.

O Episódio III ocorreu em maio e foi intitulado "Ajustando a costura - Igualdade e seus significados". A compreensão do sinal de igualdade é essencial na aritmética, na álgebra e em toda matemática ao usar números e operações. Dos três significados atribuídos (operacional, equivalência e relacional), a atenção voltou-se para a noção operacional e de equivalência, já que o relacional estava implícito nas relações de funções. Para que as professoras refletissem sobre os significados distintos operacional e equivalência, disponibilizamos jogos intitulados "Calculadora Estragada" e "Balança", além de um jogo para completar numericamente a igualdade "o mesmo que". Assim, verificou-se tanto o significado operacional quanto o de equivalência. Os *links* dos jogos foram incluídos no formulário do *Google Forms*, contendo outras tarefas com proposições de verdadeiro (V) e falso (F) que evidenciavam as diferenças existentes entre os significados do sinal de igualdade, tendo a balança como meio de verificar a equivalência (Figura 11).[11]

[11] Descrição da figura 11: A imagem mostra uma página de um documento com uma captura de tela de um computador. Apresentação da plataforma *Google meet*. Na esquerda da imagem, há um jogo ou atividade interativa com ícones de balanças e objetos coloridos. Na direita da imagem estão contemplados os participantes.

Figura 11 – Momento interativo - Jogo da balança



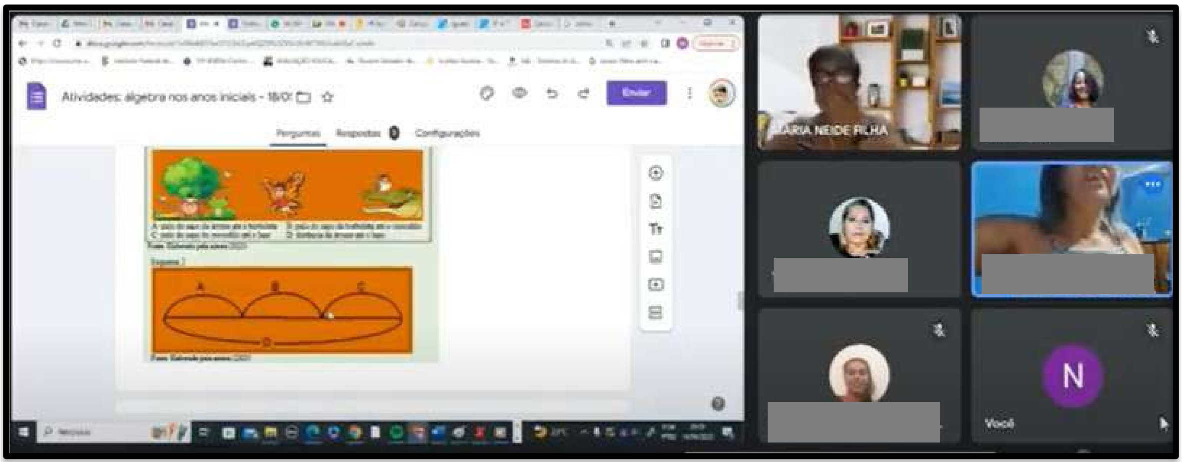
Fonte: Acervo da autora (2023)

Direcionamos a atenção para três situações que, de acordo com Carpenter, Franke e Levi (2005), devem ser evitadas ao utilizar o sinal de igualdade: 1) relacionar nomes de pessoas e idades ou nomes e número de pontos em um jogo; 2) comparar o número de objetos em uma coleção com o de outro grupo; e 3) usar a igualdade para representar uma sequência de cálculos. Nesse momento, foram apresentados e discutidos os jogos e tarefas, sendo que as professoras ficaram de responder ao formulário posteriormente.

O Episódio IV, intitulado “Costurando ou descosturando - movimento do específico para o geral ou do geral para o específico”, foi composto de dois momentos interativos, realizados no mês de junho. Destinou-se à resolução e discussão de questões disponibilizadas no formulário do *Google Forms* para que as professoras respondessem. Uma tarefa visava encontrar o padrão a partir de uma brincadeira cantada: “lavadeira”, em que se formava uma sequência com núcleo de repetição de 6 em 6 (lava, enxagua, torce, passa, dobra, guarda). A capacidade de prestar atenção e observar as regularidades existentes no nosso cotidiano e em várias estruturas da aritmética é conduzida pelas generalizações, que podem ser aplicadas a outras situações. Sequências construídas na tarefa da brincadeira cantada foram apresentadas para verificar a relação funcional durante o processo de generalização.

Outra tarefa apresentada foi a partir da história “Sapo Bocarrão” (Figura 12), que envolvia o percurso que o sapo fez até chegar ao lago. Foram sugeridas representações e, assim, de acordo com estruturas algébricas, partindo do geral, pode-se chegar a casos particulares, tendo noção de todo e parte. Foram construídas questões de verdadeiro e falso e suas justificativas.

Figura 12[12] – Tarefa do Sapo Bocarrão



Fonte: Acervo da autora (2023)

Observamos que o maior desafio apresentado pelas professoras foi encontrar a lei de formação das sequências da brincadeira cantada e justificar as questões de verdadeiro (V) ou falso (F) associadas às propriedades das operações. Durante as discussões, com intervenções, foi construída a relação de que a função é um operador, isto é, toda função pode ser construída em forma de operação. Desse modo, utilizamos a estrutura da aritmética para introduzir funções e, então, desenvolver o pensamento algébrico. Pontuamos que, para o processo de construção de generalizações numéricas e operatórias, é útil utilizar simbolismos. Assim, as generalizações são uma compreensão de variáveis e do simbolismo que são desenvolvidas simultaneamente com compreensão.

Diante de todo o processo, considerando que fazer pesquisa é sempre desafiador e geralmente há vários fatores que contribuem para que “a equação fique em desequilíbrio”, é necessário utilizar estratégias diversificadas para conseguir “balanceá-la”. Nesse sentido, pontuamos algumas dificuldades na realização dos episódios interativos, que constituíram o produto educacional. Dentre as principais dificuldades, citamos:

- Insuficiência de tempo das professoras para a participação efetiva nas atividades desenvolvidas no momento formativo, uma vez que todas possuem uma carga horária de 40 horas semanais, além dos afazeres domésticos e com a família.

---

12 Descrição da figura 12: A imagem mostra uma página de um documento com uma captura de tela de um computador. Apresentação da plataforma *Google meet*. Na esquerda da imagem, há uma tarefa com imagem de uma árvore, sapo, borboleta e crocodilo, abaixo um diagrama. Na direita da imagem estão contemplados os participantes.

- Ausência de condições psicológicas e emocionais das professoras, devido ao cansaço reclamado por elas e às demandas impostas pelo trabalho educativo.
- Falta de tempo suficiente para a materialização da formação e para discutir todos os temas propostos, considerando as dificuldades apresentadas no desenvolvimento das atividades.
- Calendário escolar apertado, o que limita o planejamento de momentos interativos coletivos com as professoras.

Evidenciamos que essas dificuldades estão, de certo modo, interligadas e são consequências produzidas no cerne das políticas públicas fragmentadas e descontínuas. Na busca de soluções, a utilização das tecnologias foi uma saída, a única opção viável diante de tantos fatores limitantes para que os momentos acontecessem. Assim, foi necessário utilizar a modalidade remota. Entendemos as tecnologias como possibilidades, mas são limitantes do ponto de vista do acesso, equipamentos, ferramentas (mesa digitalizadora, formulários *Google Forms*, jogos *online, Jamboard*) e contribuem para o desmonte da educação de qualidade, ao fomentar as políticas de educação a distância (EAD).

Pontuamos também que o espaço criado foi limitante, pois as professoras pouco falavam e respondiam de forma direta às perguntas, enquanto, no momento presencial, participaram mais ativamente, havendo inclusive necessidade de intervenções e organização das falas.

Ainda no caminho das possibilidades, a partir dos desafios encontrados, destacamos que, para que a formação continuada ocorra, é necessário haver jornadas de trabalho reduzidas, mais tempo para promover os conhecimentos relativamente mínimos e/ou ausentes na formação inicial, reconhecimento e valorização da profissão docente, salários e planos de carreira que proporcionem qualidade de vida para que as professoras possam continuar se aprimorando, além de condições adequadas de infraestrutura, materiais e trabalho.

Nessa direção, o que se sabe é que tudo isso vai na contramão das políticas públicas neoliberais e, atualmente, a formação de professores é regida pela resolução CNE/CP nº 2/2019, que "[...] define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)" (Brasil, 2019).

A BNC-Formação, que se baseia em competências "[...] que serão desenvolvidas e que garantem empregabilidade, são o que o mercado reconhece como as que tornam cada trabalhador produtivo ao máximo" (Frigotto, 2010, p. 67) e habilidades, traz uma visão meramente tecnicista, em sua dimensão de engajamento profissional, a qual possui como uma de suas competências específicas a recomendação de que o profissional deve "[...] comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional" (Brasil, 2019, p. 19). E ainda, no art. 6º, inciso VIII, pontua que:

> [...] a formação continuada que deve ser entendida como componente essencial para a profissionalização docente, devendo integrar-se ao cotidiano da instituição educativa e considerar os diferentes saberes e a experiência docente, bem como o projeto pedagógico da instituição de Educação Básica na qual atua o docente (Brasil, 2019, p.3).

A formação continuada é de responsabilidade do Estado, mas não se excluem as instituições escolares de promovê-la nos planejamentos. Deve-se realizar grupos de estudo, cobrá-la dos órgãos competentes e dos(as) professores(as) ao propor temas que vão contribuir com as ações concretas em sala de aula. Assim, para Silva, D., (2022, p. 42-43),

> [...] a formação de professores centrada na escola constitui-se um desafio, onde o lugar de aprendizado é o próprio ambiente de trabalho, "ali" o professor aprende, se aperfeiçoa, se desenvolve e, acima de tudo, reflete sobre sua prática, ação esta que possibilita a ampliação e o seu desenvolvimento profissional desde que mediado pela apropriação do conhecimento acerca dos conceitos que envolvem suas ações pedagógicas e os tópicos da matéria de ensino que leciona.

Concordamos que essa formação, como tantas outras, é um desafio, mas é necessária para o aprimoramento contínuo, oferecendo um espaço que proporcione aprendizado, reflexão crítica da prática e o entendimento de que, no coletivo, se pode buscar o status de autonomia e identidade profissional, que, no contexto educacional, "[...] é tanto um direito trabalhista como uma necessidade educativa" (Contreras, 2002, p. 195).

Ao explicitar reflexões sobre a última Resolução CNE CP nº 02/2019 (BNC-Formação), Silva e Ortigão (2022) apontam que se trata de uma formação tecnicista, pautada nas competências, técnicas e conteúdo, que se torna ainda mais fragmentada, destituindo a unidade teoria-prática, configurando uma formação fundamentada na pedagogia das competências. Ao enfatizar a formação por competências, no seu aspecto técnico, a unidade teoria-prática fica comprometida, pois o conteúdo prático ganha centralidade no processo de formação. Defendem que a formação do pedagogo para quaisquer de suas funções exige uma fundamentação teórica sólida acerca do seu objeto de trabalho, bem como uma profunda reflexão sobre esses conteúdos, práticas e contextos de aplicação.

Nesse processo de elaboração e realização dos momentos interativos, foi necessário planejamento, persistência e criatividade para alcançar os objetivos propostos. Isto quer dizer que a pesquisa não ocorreu de maneira linear e os resultados nem sempre foram equivalentes aos esperados. Podemos afirmar ainda que há variáveis que "limitaram" os resultados, como o formato remoto e o atual sistema de políticas neoliberais. Nesta direção, entendemos que as professoras desejam formação, mas precisam lutar contra as mazelas impostas pelo trabalho docente intenso e precarizado.

A luta é contínua na cobrança pela efetivação de políticas públicas em educação que garantam uma sólida formação inicial e continuada, visando à profissionalização, valorização e condições favoráveis de trabalho.

f) **Cruzamento dos dados:**

Nesta pesquisa, procuramos nos guiar pela Análise Textual Discursiva (ATD), que constitui uma forma de análise no âmbito da pesquisa qualitativa, visando construir respostas aos questionamentos propostos. A partir de textos (transcrições de questionários, entrevistas, observação-participante, entre outros), a ATD, ao mesmo tempo em que assume uma perspectiva transformadora da realidade pesquisada, também se aproxima de perspectivas dialéticas. É realizada em movimentos de desconstrução das informações escritas e de reconstrução ou síntese.

Na ATD, os argumentos são organizados em quatro fases: desmontagem dos textos, estabelecimento de relações, captura do novo emergente e um processo de auto-organização. Os processos de análise são constituídos de três elementos: unitarização, categorização e comunicação, que se mostram como um movimento que proporciona a ocorrência de novas compreensões com base na auto-organização. "[...] Esse processo em seu todo é comparado a uma *tempestade de luz*" (Moraes; Galiazzi, 2011, p. 12). Assim, utiliza-se a metáfora de "tempestade de luz" para criar uma imagem que transponha o modo como surgem as novas compreensões no processo analítico, obtendo novas formas de ordem com a participação do caos e da desordem.

Desse modo, de acordo com Moraes e Galiazzi (2011), seguem as fases desse processo: unitarização, categorização e construção de metatexto.

a) **Unitarização:** Fase composta pela organização do material, leitura flutuante de todo o material de forma individual, identificação das unidades de sentido, geração de códigos para cada unidade de sentido concomitante à leitura do corpus da pesquisa, identificação das unidades de sentido, processo de reescrita das unidades de sentido e geração dos primeiros rótulos de cada unidade de sentido identificada. A unitarização constitui um movimento da análise de dados e informações capaz de propiciar as condições para uma reconstrução criativa da compreensão dos fenômenos focalizados.

b) **Categorização**: Fase de estabelecimento de relações, na qual a categorização é entendida como um processo de comparação constante entre as unidades definidas inicialmente, que busca agrupamentos de elementos semelhantes, com critérios significativos, constituindo as categorias. Logo em seguida, ocorre outro nível de categorização em um movimento interativo-interpretativo. Assim, a categorização

> [...] é um processo de criação, ordenamento, organização e síntese. Constitui, ao mesmo tempo, processo de construção de compreensão dos fenômenos investigados, aliada à comunicação dessa compreensão por meio de uma estrutura de categorias (Moraes; Galiazzi, 2011, p. 78).

Enfatizam-se a interpretação, a subjetividade e a intersubjetividade na valorização dos contextos de produção e da natureza histórica dos processos de constituição de significados.

c) **Construção de metatexto**: Fase da comunicação das novas compreensões acerca dos dados de análise. Expresso por meio da linguagem das principais ideias das análises e apresentação dos argumentos do pesquisador (construções e interpretações pessoais, argumentos originais, fidelidade e respeito às informações), comunicando as novas compreensões atingidas.

A qualidade de um texto está atrelada à estrutura ou macro-organização (conjunto de categorias e subcategorias construídas). Moraes e Galiazzi (2011) recomendam a produção de pequenos textos para cada uma das categorias e subcategorias. As descrições precisam ser densas (logicamente estruturadas – categorização), com intensas ancoragens na realidade empírica (interlocuções com os sujeitos da pesquisa), garantindo, ao mesmo tempo, validade e contextualização. Além disso, evidenciam que a produção escrita ocorre em um processo espiral, em que o texto nunca está inteiramente concluído, podendo atingir novas camadas de sentido e compreensão a cada retomada dos seus elementos constituintes.

Dessa maneira, o procedimento em relação ao processo de interpretação das informações obtidas visa a uma ação reflexiva e crítica do que foi produzido. Com a utilização dessa dinâmica e fundamentado nos pressupostos teóricos, o objetivo foi sistematizar pontuações, questionamentos e reflexões sobre a trajetória experienciada e as contribuições dos momentos remotos à aprendizagem das professoras em processo de formação continuada.

3. 4 Contexto da escola e das professoras participantes da pesquisa

Moreira e Caleffe (2008, p. 14) apontam que a pesquisa na educação tem se intensificado claramente para o professor e a complexa relação entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do professor, além das formas como eles são usados em diversas situações nas salas de aula. No entanto, “[...] este reconhecimento do conhecimento e do pensamento do professor como componentes críticos do ensino continua a enfatizar o ensino e ignorar o papel do professor como teórico, intérprete e crítico de sua própria prática”. Assim, realizar pesquisa com professoras foi um desafio diante das condições sistemáticas em que se encontra a educação no Brasil.

A escola em que se realizou a pesquisa é uma instituição da Rede Pública Municipal de Senador Canedo-Goiás. É uma cidade situada próxima à capital, Goiânia, com mais de 150 mil habitantes. O município possui 53 escolas, sendo 28 as que atendem aos anos iniciais do Ensino Fundamental. A escola comporta mais de 700 estudantes matriculados nos níveis Ensino Fundamental - anos iniciais e finais. Os anos iniciais, ou seja, do 1º ao 5º, são ofertados no período vespertino e, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, no período matutino. A média de estudantes por turma é, respectivamente, no máximo 25 e 35 estudantes. Além das disciplinas como Matemática, Português, Ciências etc., os(as) estudantes têm aulas de Artes (Educação Artística, Teatro, Dança, Música, Artes Plásticas), Ensino Religioso e Educação Física.

A instituição educacional é composta por 14 salas de aula e oferece a estrutura necessária ao conforto e desenvolvimento educacional de seus estudantes, como internet (banda larga), reciclagem de lixo, biblioteca, quadra esportiva coberta, piscina, laboratório de informática, auditório, pátio coberto, área verde, sala do professor, alimentação, banheiro com chuveiro adequado ao uso dos estudantes com deficiência ou mobilidade reduzida, e sala de recursos multifuncionais para atendimento educacional especializado (AEE). Fatores esses que contribuíram para bons resultados obtidos por meio do IDEB. Em 2023, a escola em questão contou com um grupo de doze professores(as) que atuaram nos anos iniciais, distribuído como mostra o Quadro 12.

Quadro 12 - Quantidade de turmas/professores(as) de 1º ao 5º anos

Quantidade de Turmas/Professores(as)				
1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º Ano	5º Ano
3	2	2	2	3

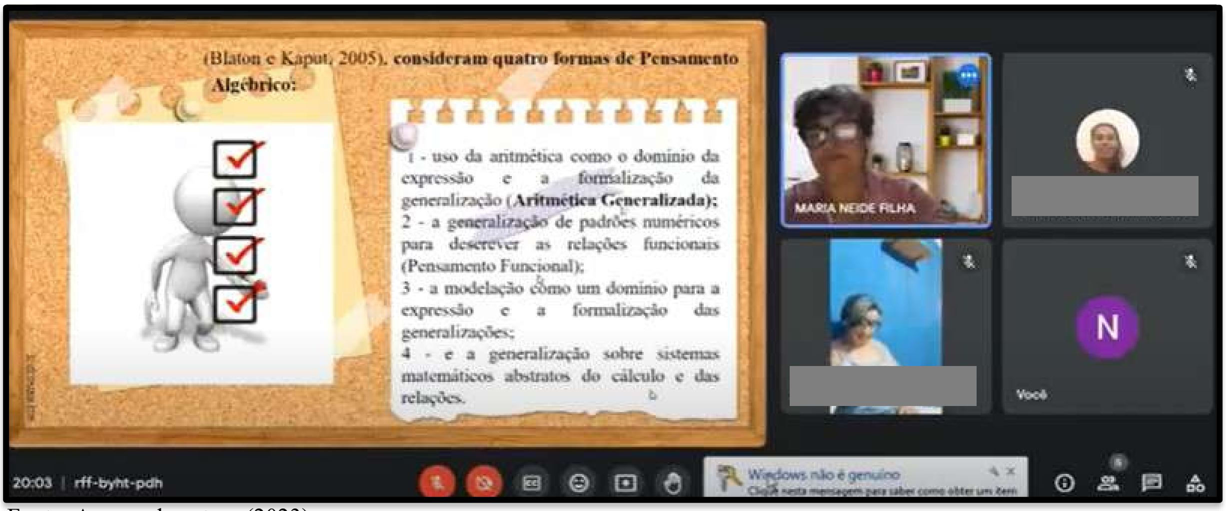
Fonte: Elaborada pela autora (2023)

Das doze professoras que lecionam nos anos iniciais, cinco fizeram parte da pesquisa, sendo que não houve representante do 1º ano, já que duas delas lecionam em turma do 5º ano.

Os cinco momentos com as professoras ocorreram no formato presencial e remoto (Figura 13)[13] de acordo com a disponibilidade de cada uma. Assim, o que prevaleceu foi o remoto, realizados, geralmente, às quartas-feiras, das 19h às 20h, tendo como plataforma virtual o *Google Meet,* objetivando entender a unidade curricular "álgebra" proposta na BNCC e suas repercussões no ensino. Propomos discussões, tarefas, reflexões que despertassem para a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, em contribuição às práticas didático-pedagógicas das professoras.

O projeto de pesquisa está cadastrado na Plataforma Brasil e registrado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFG, sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE): 65682122.4.0000.8082, Parecer N. 5.819.799.

Figura 13 - Momento de discussão teórica pelo *Google Meet*



Fonte: Acervo da autora (2023)

[13] Descrição da figura 13: A imagem mostra uma página de um documento com uma captura de tela de um computador. Apresentação da plataforma *Google meet*. Na esquerda da imagem, há uma apresentação de slides. Na direita da imagem estão contemplados os participantes.

Tendo levantamento proporcionado por meio do questionário, foi possível constituir dados dos perfis socioeconômico, formativos e profissionais das professoras, conforme apresentados em forma de quadros a seguir.

Os dados mostrados no Quadro 13 evidenciam que a idade das professoras varia de 35 a 60 anos, (80%) se reconhecem como pretos ou pardos; (40%) das professoras moram fora da cidade de trabalho.

Quadro 13 – Dados pessoais, socioeconômicos das professoras

Professora	Idade	Cor/Raça	Estado Civil	Nº filhos(as)	Renda	Residência
P1[14]	35 anos	Preta	Divorciada	-	2, 5 até 3 sal. Mín.	Senador Canedo
P2	36 anos	Parda	Casada	2	Acima 5 sal. Mín.	Goiânia
P3	55 anos	Parda	Casada	1	De 3 a 5 sal. Mín.	Goiânia
P4	46 anos	Preta	Casada	-	De 3 a 5 sal Mín.	Senador Canedo
P5	60 anos	Branca	Casada	2	1 até 2,5 sal. Mín.	Senador Canedo

Fonte: Dados do questionário (2023)

A renda salarial das professoras varia de um até acima de cinco salários-mínimos. Podemos observar que (40%) da renda salarial se concentra de três até cinco salários-mínimos.

Cruzando esses dados com a meta 17 do PNE (2014-2024) (Brasil, 2014), que é a valorização dos(as) profissionais do magistério da rede pública de educação básica, a qual prevê equiparação do rendimento médio ao dos(as) demais profissionais com escolaridade equivalente até o ano de 2020, verifica-se que ela não foi alcançada. De acordo com o balanço-PNE de 2023, o percentual ficou em (82,5%), observado para os demais profissionais com mesmo nível de escolaridade. Ressalto que no Quadro 14 o que se vê é que, de 2021 para 2022, houve decréscimo.

Quadro 14 - Rendimento médio de docentes em (%)

Rendimento médio dos docentes com Ensino Superior completo das redes públicas, como porcentagem do rendimento dos demais profissionais com a mesma escolaridade (%)								
2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
70.1	71.7	70.0	74.8	75.2	77.7	81.4	83.2	83.2

Fonte: PNAD Continua/IBGE. Elaboração: Campanha Nacional pelo Direito à Educação. Brasil (2023, p. 23)

[14] As professoras estão relacionadas em notação simbólica **P1, P2, P3, P4 e P5**.

O documento aponta que a ausência de um salário digno é um dos principais, senão o principal, indicadores da desvalorização da carreira docente, assim como a precarização das condições de ensino.

> A reversão desse quadro é fundamental para que a carreira tenha maior atratividade, mas a pauta é historicamente obstacularizada pela aparente expectativa, por setores à direita da sociedade, de que se extraia algum controle ou cerceamento em relação aos docentes através do condicionamento de salários dignos ao cumprimento de parâmetros como, por exemplo, metas pouco realistas de desempenho dos alunos em testes padronizados, o que acaba por se configurar como instrumento de perpetuação e justificação perversa da precariedade nas condições de ensino (Brasil, 2023, p. 23).

Outro dado importante, ligado à desvalorização da profissão, diz respeito ao fato de que todas as participantes da pesquisa são do sexo feminino. De acordo com Contreras (2002, p. 40), "[...] a base social de que se nutria o trabalho dos professores foi evoluindo também à proporção que este se foi degradando. A constituição da categoria de professores foi evoluindo para estratos sociais inferiores e com o aumento do componente feminino", o que não se configura como uma novidade, já que a constituição da sociedade brasileira está pautada no poder patriarcal.

Então, mesmo com a carga horária máxima permitida (Quadro 15), essas professoras não conseguem elevar a renda, compondo as estatísticas do trabalho precarizado, pois trabalham 8 horas por dia (equivalente a 40 horas semanais), com dois terços dedicados ao tempo efetivo com estudantes e um terço destinado ao planejamento das aulas, atividades e avaliações; participação em reuniões pedagógicas na escola; além de corrigir todas as atividades e avaliações realizadas pelos(as) estudantes.

Quadro 15 - Experiência em sano, tempo de serviço, escola de trabalho

Professora	Tempo de Profissão	Série(s) que já atuou	Segmento de ensino e/ou ano escolar que já atuou	Carga Horária	Qtde. de escolas
P1	4 anos	Ed. Inf.; 4º e 5º ano	5º Ano	60 h	2
P2	8 anos	Ed. Inf., 2º e 5º ano	Ed. Inf., 2º ano	60 h	2
P3	20 anos	Ed. Inf., 1º ao 5º ano	1º ao 5º ano	60 h	3
P4	22 anos	2º e 3º ano	2º e 5º ano	60 h	2
P5	22 anos	1º a 5º ano	4º ano	60 h	2

Fonte: Dados do questionário (2023)

Verificamos, também, que as professoras se encontram no início e no final de carreira. As professoras têm que se deslocar de uma escola para outra. Somente a professora P4 tem experiência desde a Educação Infantil até o 5º ano. Diante desse contexto, perguntamos: essas professoras têm tempo para formação continuada, para participar de uma pesquisa?

A série/ano de maior atuação (80%) se concentra no 2º e 5º ano (ciclo de alfabetização e último ano do Ensino Fundamental - anos iniciais). A professora P3 leciona um período em uma turma do 4º ano e, no outro período, leciona música em turmas do 1º ao 5º ano. Uma atuação profissional fora da área de formação, o que é preocupante, pois há a problemática do notório saber, que compromete a qualidade do ensino. Dentro do curso da série/ano de atuação, somente uma professora não teve experiência com alfabetização.

No Quadro 16, observamos que o ensino médio realizado foi o profissional, em que (100%) concluíram o curso Técnico em Magistério. Na graduação, cursaram Licenciatura em Pedagogia, e duas delas concluíram outra graduação."

Quadro 16 - Formação inicial e continuada das professoras

Professora	Ensino Médio	Graduação	Instituição (Graduação)		Pós-Graduação	
			Pública	Privada	Especialização	Mestrado
P1	Magistério	Pedagogia e Publicidade	X	-	X	X
P2	Magistério	Pedagogia e Letras (Português)	X	-	X	-
P3	Magistério	Pedagogia	X	-	X	X
P4	Magistério	Pedagogia	X	-	X	-
P5	Magistério	Pedagogia	X	-	X	-

Fonte: Dados do questionário (2023)

Em relação à formação continuada, todas possuem especialização e duas têm mestrado. É importante evidenciar que todas realizaram a graduação em instituição pública, efetivando uma formação de melhor qualidade, em que o incentivo à pesquisa é efetivado.

Sendo a formação inicial em Licenciatura em Pedagogia e, pelas pesquisas relacionadas no Capítulo I, podemos inferir a possibilidade de lacunas em relação aos conhecimentos matemáticos e seu ensino, o que torna pertinente uma formação continuada, tendo como centralidade as necessidades formativas das professoras.

Na produção de dados, os instrumentos utilizados foram o questionário e a observação participante. Acreditamos que esses instrumentos forneceram informações para uma análise qualitativa, possibilitando conhecer, diante das adversidades, as professoras como sujeitos ativos de seu conhecimento e práticas pedagógicas.

Em síntese, neste capítulo foram apresentadas as escolhas metodológicas, que se configuraram em pressupostos pautados em uma pesquisa qualitativa, de caráter descritivo-interpretativo, de acordo com as características citadas por Bogdan e Biklen (1994) acerca da efetivação de uma pesquisa qualitativa.

Os sujeitos são professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais em uma escola pública de Senador Canedo.

Como produção de dados, foram utilizados o questionário e a observação participante, em momentos interativos, denominados de episódios. Foram realizados cinco momentos interativos com as professoras, sendo que houve um momento presencial e quatro remotos, via Google Meet. Pontuamos que esse formato não foi o ideal; no entanto, devido ao contexto das professoras, foi o único possível.

Nos processos de análise de dados, procuramos nos guiar pela ATD, entendendo que se constitui como uma forma de análise, no âmbito da pesquisa qualitativa, visando a construir respostas a questionamentos propostos, sendo compostos por três elementos: unitarização, categorização e comunicação, que se mostram como um movimento que proporciona a ocorrência de novas compreensões com base na auto-organização.

Assim, entendemos que a organização é essencial para se realizar uma pesquisa com rigor metodológico.

4 ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS DADOS PRODUZIDOS

Conforme explicitam Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 133), a fase da análise é um processo trabalhoso e meticuloso, que engloba a organização das informações produzidas por meio de variados instrumentos e múltiplas leituras do material produzido, guiadas pela questão investigativa e pelos objetivos propostos. Assim, sem essa "[...] organização ou separação do material em categorias ou unidades de significados, torna-se difícil o confronto das informações, a percepção de regularidades, padrões e relações pertinentes". Uma leitura efetiva e um olhar atento aos dados produzidos se tornam emergentes portanto.

As discussões evidenciaram, na formação inicial e continuada, dificuldades em relação à prática pedagógica e tudo o que engloba essas dificuldades. Para elencar elementos a respeito da compreensão das professoras referente ao pensamento algébrico, foram proporcionadas tarefas de sequências e padrões, explorando o pensamento funcional, a importância do sinal de igualdade como equivalência e a estrutura de números e operações, enfatizando a aritmética generalizada.

As questões do questionário estão disponibilizadas no apêndice, e a síntese dos momentos interativos com as professoras está disposta no Quadro 17.

Quadro 17- Cronograma dos momentos interativos

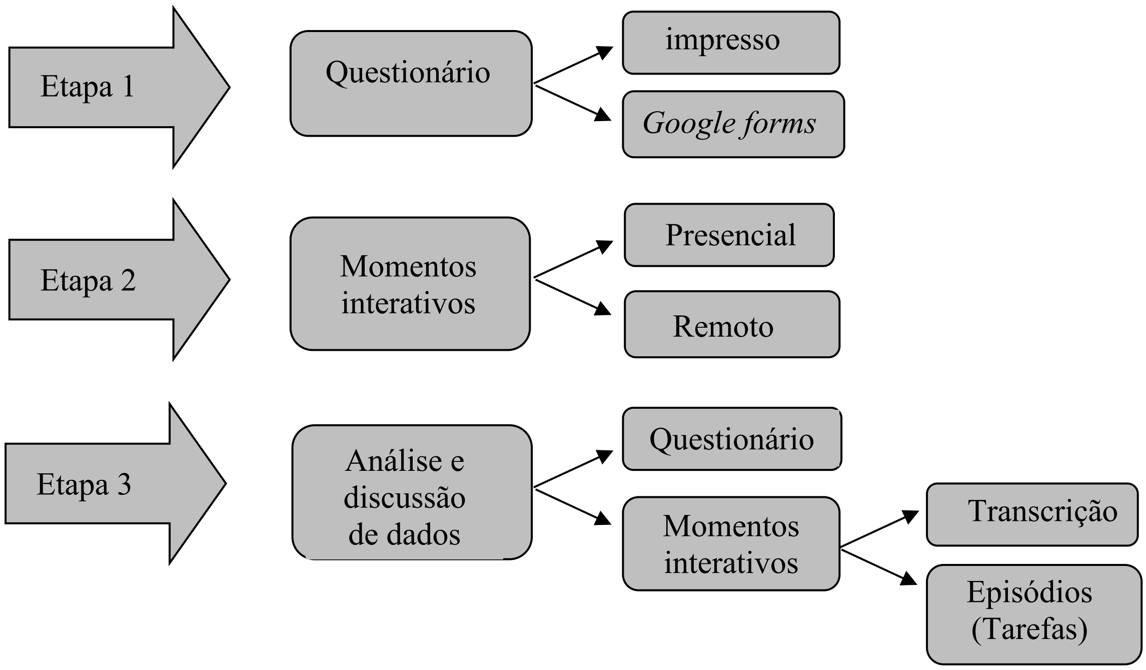
Episódios/ Data/Formato	Objetivos	Tarefa/dinâmica
Episódio I 24/04/23 Presencial	Propiciar discussão em roda de conversa tendo como ponto de partida o questionário inicial a respeito de: formação inicial e continuada, álgebra nos anos iniciais proposta pela BNCC Introduzir conceito de pensamento algébrico	Sequência a partir da história ponto por ponto costura pronta (Lúcia Pimentel Góes)
Episódio II 10/05/23 Remoto	Reconhecer o padrão/motivo de uma sequência pela percepção de sua regularidade Generalizar a lei de formação da sequência. Construir e expressar, dando sentido, a relação funcional durante o processo de generalização	Continuidade de sequência construída a partir da história ponto por ponto costura pronta (Lúcia Pimentel Góes)
Episódio III 18/05/23 Remoto	Compreender os significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade Entender a importância do sinal de igualdade para a compreensão de conceitos algébricos. Discutir aspectos teóricos do pensamento algébrico	Slides com elementos teóricos do pensamento algébrico Jogos de racha cuca: a calculadora quebrada e da balança Tarefa do baralho

Episódio IV 14/06/23 e 21/06/23 Remoto	Explorar sequência numérica e não numérica Construir e expressar, dando sentido, a relação funcional durante o processo de generalização Explorar propriedades das operações	Sequência construída a partir da brincadeira cantada: lavadeira (domínio popular) Sequência numérica em quadro de centenas. Propriedades das operações a partir da história o sapo Bocarão (Keith Faukkner) Tarefa de modulação do coreto da escola

Fonte: elaborado pela autora (2023)

Desse modo, na produção e análise de dados, foram considerados o questionário e a observação-participante, que resultaram na fiel transcrição dos momentos interativos e se constituíram em episódios de aprendizagem com tarefas que objetivaram discutir sobre formação e conhecimento acerca do ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa dinâmica pode ser visualizada no Organograma 3.

Organograma 3 – Esquema das etapas de produção e análise de dados



Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Após a leitura compenetrada de todo o material produzido, foram criadas três categorias relacionadas à formação inicial/continuada, aos desafios do trabalho docente, e ao conhecimento das professoras sobre álgebra, pensamento algébrico e seu ensino. As categorias são:

- Aspectos relacionados à formação e ao trabalho docente
- Estratégias de ensino das professoras e tarefas que realizam na promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico

- Compreensão das professoras relacionadas ao pensamento algébrico

A partir das categorias, surgiu a necessidade de incluir subcategorias, estabelecendo as ligações entre elas, que também são permeadas por diálogos com o referencial teórico da área. Na categoria "Aspectos relacionados à formação e ao trabalho docente", destacamos duas subcategorias: a) "Formação inicial/continuada e desafios da docência", b) "Formação das professoras para trabalhar os conhecimentos matemáticos e a unidade temática álgebra".

Na categoria "Estratégias de ensino das professoras e tarefas que realizam na promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico" são elencadas metodologias sobre como promover esse desenvolvimento em sala de aula.

Na categoria "Compreensão das professoras em relação ao pensamento algébrico", a análise é referente aos quatro episódios realizados, na materialização do produto educacional, em momentos de interações.

Assim, neste capítulo, procuramos pontuar as análises e discussões dessas categorias e suas subcategorias.

4.1 Aspectos relacionados à formação e ao trabalho docente

Podemos verificar desafios constantes na formação, no ensino e na aprendizagem de professores(as)/estudantes. Realizar os momentos interativos constituiu uma peleja, pois as professoras não dispunham de tempo para participar. As demandas e a carga horária de 40h semanais sobrecarregam essas profissionais, tornando a falta de tempo o maior empecilho.

Parafraseando Caetano Veloso, em sua 'Oração ao Tempo', "[...] ainda assim, acredito ser possível reunirmo-nos. Tempo, tempo, tempo, tempo. Num outro nível de vínculo. Tempo, tempo, tempo, tempo", foi possível realizar esses momentos. Satisfatoriamente? Dentro das possibilidades, acreditamos que sim, na medida em que proporcionou um despertar, uma reflexão sobre a temática, vinculadas a ações nas práticas das professoras. Assim, essa categoria engloba duas subcategorias, as quais evidenciamos a seguir.

a) **Formação inicial/continuada e desafios da docência**

Nessa subcategoria, as pontuações estão relacionadas à formação inicial e continuada, que foram emergentes durante o Episódio I, no primeiro momento interativo, em uma roda de conversa. Os principais problemas e dificuldades foram apontados na formação inicial em Licenciatura em Pedagogia, nas considerações a respeito do programa AlfaMais (programa de formação continuada) e nas experiências das professoras em relação ao início e continuidade da carreira do magistério, que estão sintetizadas no Quadro 18.

Quadro 18- Dificuldades na formação, contexto e desafios da docência

Graduação: Formação muito teórica. Dificuldade em relacionar a teoria com a prática, devido a formação ter sido mais teórica.
Estágio: Dificuldade em realizá-lo devido à ausência de supervisão efetiva tanto da instituição formadora quanto do(a) professor(a) supervisor(a), regente.
Conhecimentos específicos x didático-pedagógicos: Dificuldade em se trabalhar a Matemática devido não ter sido contemplada na Licenciatura em Pedagogia.
Formação continuada em contexto de políticas públicas: considerações a respeito do programa de alfabetização AlfaMais.
Finalidade da escola voltada para avaliações censitárias (avaliações externas).
Quantidade extensa de conteúdo. Prioridade para Matemática e Português.
Conflito na relação do(a) professor(a) com o grupo gestor (gestor, coordenador, secretária).
Salas de aula lotadas que dificultam a aprendizagem.
Crianças deficientes sem apoio em sala de aula.
Déficit na aprendizagem devido ao ensino remoto em consequência da pandemia da covid-19.
Falta de engajamento, participação da família na educação dos(as) estudantes.
Situação socioeconômica desfavorável dos(as) estudantes.

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Durante o momento de interação, na roda de conversa, em relação à formação em Licenciatura em Pedagogia, as professoras apontaram ser um curso voltado mais para a parte teórica, sendo que a prática esteve depositada em estágios em que elas ficavam abandonadas, causando muito desespero, sentimento percebido nas falas das participantes no excerto seguinte.

Professora P4: *era muita teoria e nada de fazer.* [referindo-se a uma possível orientação do professor]. "*Olha, na prática, vocês podem tentar isso para poder ajudar vocês, se não der certo, você tenta isso". Não, nada. Era texto para ler, pergunta para responder, é texto para ler, pergunta para responder, era só isso. A formação não te dá suporte. Mas, assim, eu acho o Magistério, que foi, mais assim, eu aprendi mais no Magistério, do que na Pedagogia. Eu achei que ele foi mais completo, no meu ponto de vista.*

Professora P2: *é igual na disciplina de Matemática, cada um ensina de um jeito, você não sai dali da faculdade já sabendo como é que você vai ensinar, é tudo teórico, nada prática. Você entra em uma sala de aula, você entra nu e cru, porque a realidade é totalmente diferente.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Para essa discussão, é imprescindível a compreensão dos pares indissociáveis "teoria e prática". Demo (2011) aponta que, tanto a prática, quanto a teoria, devem ser estritamente curriculares. E que não serve o estágio como substituto da prática. Teoria e prática são inseparáveis e não há hierarquização, ou seja, teoria não é maior que prática e vice-versa. Para esse autor, há problemas nas licenciaturas quanto à formação, ao reportar que a universidade é capaz de formar “[...] um ‘professor’ de ensino básico que nunca pisou numa sala de aula ou que nunca deu aula” (Demo, 2011, p. 58-59). Concepção que também é compartilhada por Moreira e Caleffe (2008). Nesse sentido, torna-se caricata a teoria sem prática, ou a teoria como prática, existindo a necessidade de apropriação da teoria para

> [...] conhecer maneiras de conceber a realidade, produções alternativas e conflitantes, para amadurecer posições via elaboração própria. Neste período cabe forma inicial de prática, que fomente confronto com a realidade educacional, sistema público e privado, problemas, estrutura e funcionamento (Demo, 2011, p. 63).

Toda prática pressupõe uma teorização elaborada, ou seja, “[...] prática não é ir ver, passar perto, mas a união do fazer com o teorizar o fazer” (Demo, 2011, p. 64). Assim, podemos comprovar essa desarticulação na fala da professora P4: “*[...] era muita teoria e nada de fazer.* “*olha, na prática, vocês podem tentar isso para poder ajudar vocês, se não der certo você tenta isso”. Não, nada.*”. Infere-se disso que o professor-formador, ao privilegiar a teoria desvinculada da prática, ao não propor nem mesmo uma orientação prática, não dispunha desse conhecimento, corroborando com o autor.

Na pesquisa de Figueirêdo e Cicillini (2016), foram relatados distanciamentos entre teoria e prática, sendo que as teorias estavam descontextualizadas da realidade concreta das salas de aula e os estágios não conseguiram preparar para essa realidade, corroborando com o relato da professora P2, ao declarar que “*[...] você entra em uma sala de aula, você entra nu e cru, porque a realidade é totalmente diferente”.*

A professora P4 salienta que o curso Técnico em Magistério é mais completo e que teve maior aprendizado do que no curso de Licenciatura em Pedagogia. Podemos inferir que no Magistério há mais prática e na Pedagogia mais teoria? Seria uma outra pesquisa. O Magistério, no entanto, está situado na teoria pedagógica tecnicista de caráter pragmático, em que o saber-fazer é operacional.

> A partir do pressuposto da neutralidade científica e inspirada nos princípios de racionalidade, eficiência e produtividade, essa pedagogia advoga a reordenação do processo educativo de maneira a torná-lo objetivo e operacional. De modo semelhante ao que ocorreu no trabalho fabril, pretende-se a objetivação do trabalho pedagógico” (Saviani, 2021, p. 10).

A teoria distanciada da prática torna-se apenas estudo teórico. Existe a necessidade da compreensão de que, na formação, em todos os seus níveis, deve haver consonância no que diz respeito a esses aspectos. Em relação ao estágio, podemos verificar o sentimento de abandono da professora P4 ao relatar sua experiência. Na pesquisa de Pimentel *et al.* (2017), foi identificado que aproximadamente metade das instituições investigadas não dedica nenhuma disciplina para supervisão e acompanhamento dos estágios.

Esse dado postula a urgência de haver um olhar mais cuidadoso voltado ao estágio, tanto das faculdades/universidades, quanto das instituições ofertantes. A professora P4 se sentiu perdida ao questionar: *"[...] o que eu vou fazer, vou fazer o que aqui, que que eu vou fazer aqui agora". Gente, e a turma, eu não sabia e eu fiquei olhando assim, eu fiquei desesperada porque eu não sabia o que eu ia fazer lá".* A relação de proximidade entre universidade e escola é de suma importância na formação do(a) futuro(a) profissional.

No excerto seguinte, podemos comprovar, pela fala da professora P4, a desorientação em que se encontrou em seu primeiro dia do estágio.

> **Professora *P4:*** *tinha a parte dos estágios, e era mais difícil ainda porque quando você chagava em uma escola e você ia fazer o estágio parecia que o professor estava se sentindo aliviado, a gente pegava a turma dele, jogava você lá dentro, sem saber nada, falava:"tama que é tua", e, não falava nada, você vai trabalhar isso, você pode organizar um plano em cima disso, pode organizar um jogo, não. Eu cheguei lá, quando eu cheguei, eu me lembro até hoje, era uma turma, aí Jesus, não tinha fogo, era o próprio fogo, sabe. Aí quando a professora me viu, eu lembro o sorriso dela assim, os dentes, gente eu pensava, nossa será que estou assim, daí a professora ela só passou e disse bem vinda e foi embora. Como assim gente, e eu pergunto: "o que eu vou fazer, vou fazer o que aqui, que que eu vou fazer aqui agora". Gente, e a turma, eu não sabia e eu fiquei olhando assim, eu fiquei desesperada porque eu não sabia o que eu ia fazer lá.*
>
> (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

São memórias que se impõem na dificuldade em realizar o estágio sem supervisão efetiva, tanto da instituição formadora, quanto do(a) professor(a) supervisor(a) regente. O questionamento é: a formação prepara o(a) profissional para a sala de aula, para a realidade concreta? O que se sabe é que "[...] uma atividade prática [...], vincula conscientemente a prática, se propõe a ser *instrumento teórico de transformação da realidade*" (Freitas, 2012, p. 35, grifo do autor).

Outro ponto importante diz respeito à dicotomia entre conhecimentos específicos e didático-pedagógicos. A partir das Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2006), aboliu-se a nomenclatura de professor(a) polivalente, no entanto, a finalidade permaneceu a mesma: a de formar professores(as) que ministram as várias disciplinas básicas nos anos iniciais, mantendo-os concretamente na atuação como polivalentes. Com essa diretriz, além de atuarem na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ampliou-se o campo, podendo atuar nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar, e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos.

A pergunta recorrente se coloca diante de uma amplitude de atuação: é possível, em quatro anos, absorver tantos saberes? Nas matrizes curriculares desses cursos, estão contempladas essas variedades? Pimenta *et al.* (2017, p. 18) acreditam na impossibilidade, pois está posto que "[...] um amplo campo de atuação profissional para o licenciado em pedagogia que excede significativamente o exercício da docência, em especial, quando se propõe a preparar esse professor para a área da gestão educacional e atuação em espaços não escolares". Sinalizando para os conhecimentos didático-pedagógicos e específicos, pesquisas como as de Gatti (2010) e Pimenta et al. (2017) mostraram que os últimos ficam relegados à carga horária mínima.

Fazemos essa constatação no relato seguinte da professora P2 quanto à polivalência e lacuna na formação relativa aos conhecimentos específicos da área de Matemática, a qual não oferece embasamento necessário. Essa professora, que não teve formação adequada, reflete que ensina *"[...] o básico, mas pra trabalhar assim, mais específico, a Matemática mesmo fundamentada, pelo menos eu tive"*. O certo é que isso se configura como um círculo vicioso.

Professora P2: *é porque também em nossa formação, a preparação foi bem mínima, né. Eu lembro de ter tido só uma matéria de Matemática na faculdade e foi assim pincelado, não prepara o professor pra dá aula de matemática, às vezes a gente trabalha com o básico, mas pra trabalhar assim, mais específico, a Matemática mesmo fundamentada, pelo menos eu não tive.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

A professora P2 também acredita que é um problema da formação inicial a vasta responsabilidade de um(a) docente que leciona nos anos iniciais.

Nas considerações da professora P1, o curso de Licenciatura em Pedagogia é direcionado ao que diz respeito à educação, como podemos verificar no excerto a seguir.

Professora P1: *eu também tenho formação de bacharel em Publicidade. Gente, a formação de bacharel ela é mais ampla, a de licenciatura é assim, tudo é sociologia da educação, psicologia da educação, tudo é educação e faz com que o próprio pedagogo ele tenha uma formação bem aqui* [faz gesto de afunilamento com a mão], *bem restrito, que é um problema. [...] porque tudo é educação, educação, educação, é assim oh, bem aqui* [afunilamento].

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Por conseguinte, podemos constatar a dicotomia entre bacharelado e licenciatura, o que também é uma temática que deve ser mais estudada. Ao evidenciar o bacharelado como uma "formação mais ampla", entendemos que a professora P1 está se referindo aos conhecimentos específicos referentes ao curso. Ampliando mais ainda as demandas do(a) professor(a) que atua nos iniciais, a professora P1 coloca em discussão, mais uma vez, o caráter de várias atribuições ao(à) licenciado(a) em Pedagogia ao ponderar a respeito da alfabetização, que demanda muitos anos de prática, asseverando que se aprende na prática, depois de muitas experiências *"[....] elas só alfabetizam porque elas já têm uns seis, sete anos fazendo isso."*

> **Professora P1:** *Até na alfabetização, você sai da formação, todo mundo olha pra você e fala assim: "você alfabetiza". Pera aí gente, você pode ver que as pessoas que alfabetizam, elas só alfabetizam porque elas já têm uns seis, sete anos fazendo isso. Eu não acordei com o meu diploma na mão e sou alfabetizadora.*
>
> (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

A fala da professora P1, ao dizer que *"[...] eu não acordei com o meu diploma na mão e sou alfabetizadora"*, é bastante significativa, pois aprender a ser professor(a) vai muito além de conteúdos, técnicas, metodologias aprendidas em faculdades, universidades. Ciente do inacabado, que o conhecimento nunca se esgota, Freire (2005, p. 30) diz que "[...] a consciência do mundo e a consciência de si como ser inacabado necessariamente inscrevem o ser consciente de sua inconclusão num permanente movimento de busca". Busca essa que deve ser frutífera e também de responsabilidade dos órgãos competentes em propiciar esse devir em formação continuada.

A Licenciatura em Pedagogia, com a finalidade de formar o(a) professor(a) no domínio das diversas áreas do conhecimento – Ciclos de Alfabetização, Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências e Matemática, entre outras atribuições – compromete essa formação em sua atuação em sala de aula. Todas essas áreas são compostas por estruturas e conceitos, com especificidades que as constituem como ciência. Nessa direção, existe a concordância com Passos e Nacarato (2018), ao afirmarem que

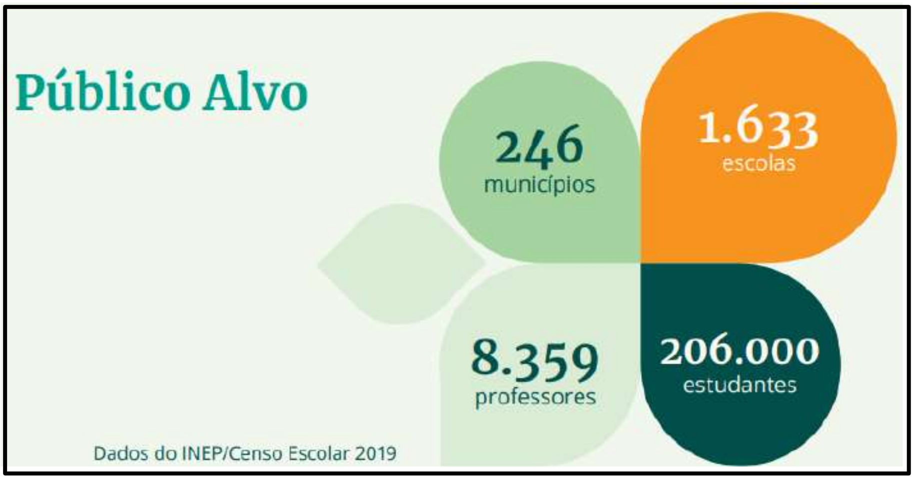
> Há que considerar que os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, na sua grande maioria, provêm de cursos de formação que deixam sérias lacunas conceituais para o ensino de Matemática. Muitas vezes anseiam por programas de formação continuada que lhes deem subsídios para suprir essas lacunas e formadores que se coloquem à sua escuta, com propostas que partam de suas necessidades, num diálogo reflexivo com a teoria, e não apenas oferta de modelos prontos de aula (Passos; Nacarato, 2018, p. 120).

Há uma urgência de que os(as) "reformadores(as)" em políticas públicas ouçam os(as) professores(as) para que seu trabalho não se limite a atender às demandas e prescrições que chegam, não havendo tempo para discussão e reflexão" (Passos; Nacarato, 2018, p. 120). Assim, é imperativo promover uma formação continuada em que esses(as) profissionais tenham autonomia de escolha e condições de formação.

Por conseguinte, o ensino é uma via de mão dupla. De tal forma, entendemos que a formação continuada para professores(as) está atrelada à aprendizagem dos estudantes. As professoras relataram uma formação continuada em Alfabetização (que, de acordo com a BNCC, se dá nos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental), concretizada em um programa denominado "AlfaMais Goiás", no qual elas estão inseridas atualmente. Entendemos a fala das professoras como uma denúncia a esse programa e evidenciamos essa denúncia na pesquisa como forma de resistência à educação empresarial.

O programa foi criado pela Lei nº 21.071, de 9 de agosto de 2021, que instituiu o programa de alfabetização "AlfaMais Goiás" em regime de colaboração com os municípios goianos. Na Figura 14[15], está disposta a abrangência do programa, o quantitativo de municípios, escolas, professores(as) e estudantes.

Figura 14 - Público alvo AlfaMais Goiás



Fonte: GOIÁS (2022, p. 5)

[15] Descrição da figura 14: A imagem é uma página de um documento que apresenta dados sobre o público-alvo de um programa chamado "AlfaMais Goiás". A imagem está orientada na horizontal e contém as seguintes informações: - Título: "Público Alvo" - Fonte: "Dados do INEP/Censo Escolar 2019" - Dados apresentados: - 8.359 professores- 246 municípios - 1.633 escolas - 206.000 estudantes.

Assim, no art. 2º da Lei 21.071/21, o programa visa a atender às seguintes turmas:

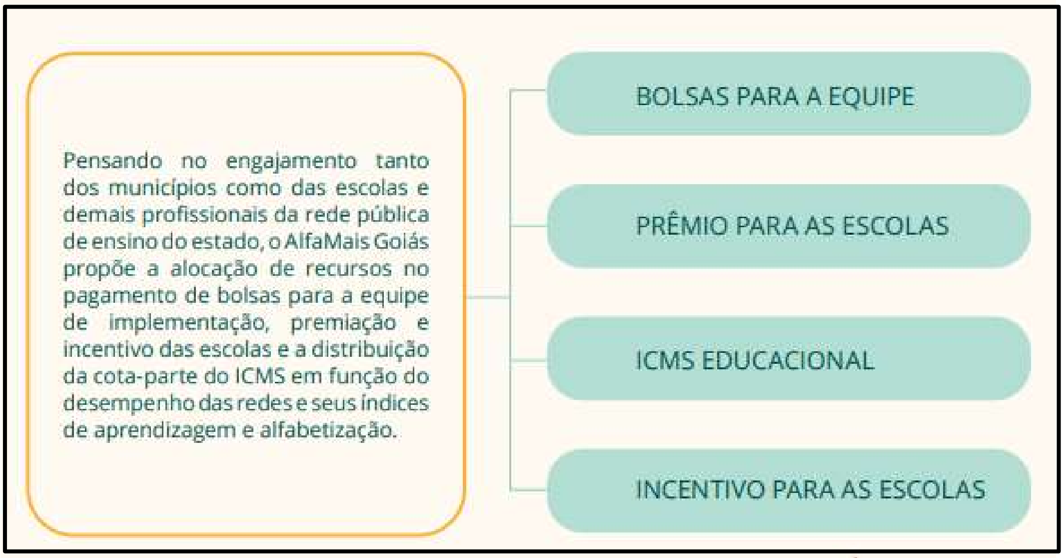
> I – Educação Infantil;
> II – 1º ano do Ensino Fundamental;
> III – 2º ano do Ensino Fundamental;
> IV – 5º ano do Ensino Fundamental (Goiás, 2021, p. 1).

No art. 3º, o programa objetiva em suas ações:

> I – garantir que todos os estudantes do sistema público de ensino do Estado de Goiás estejam alfabetizados, na idade certa, até o final do 2º ano do Ensino Fundamental;
> II – reduzir os índices de alfabetização incompleta e letramento insuficiente em séries avançadas; e
> III – melhorar o Índice de Desenvolvimento da Educação de Goiás – IDEGO e o índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB (Goiás, 2021, p. 2).

Caracteriza-se pela formação de professores(as) e gestores(as), acompanhamento pedagógico, avaliações periódicas padronizadas, aplicadas pelas redes de ensino, além de elaboração de material e disponibilização de material didático, além da concessão de bolsa de auxílio para equipes nas esferas estadual, regional e municipal, prêmio para as escolas, Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) educacional e incentivo para as escolas, como mostrado na Figura 15[16].

Figura 15 - Incentivos do Programa AlfaMais



Fonte: Goiás, (2022, p. 10)

[16] Descrição da figura 15. A imagem apresenta de incentivos do programa AlfaMais em que estão distribuídos alocação de recursos no pagamento de bolsas para a equipe e premiação e incentivo das escolas e distribuição da cota parte do ICMS educacional.

Neste programa, serão avaliados(as) estudantes do 2º e 5º anos do Ensino Fundamental, e os resultados de proficiência do IDEGO-Alfa comporão o cálculo de distribuição da cota-parte do ICMS educacional aos municípios goianos. Língua Portuguesa e Matemática são os conhecimentos referentes a essas disciplinas que são avaliados na prova SAEGO-Alfa e no SAEB. Assim, a "qualidade da aprendizagem" é medida de acordo com as notas dos estudantes, se sobem ou descem. "Por este viés 'positivista', tudo que não for referente ao básico (Português e Matemática, no máximo Ciências) e não pode ser medido em testes fica fora e é desestimulado" (Freitas, 2018, p. 83, grifo do autor). O autor aponta outro aspecto em relação à hierarquização de disciplinas, estreitando o conceito de educação.

> Como tais políticas reduzem o conceito de educação ao de aprendizagem de Leitura e Matemática em testes padronizados, usualmente de múltipla escolha, e induzem a escola a se concentrar nessas disciplinas, elas esvaziam a ênfase da escola em outras disciplinas como as Artes, História, Filosofia et. Isso fez com que cada vez mais fosse sendo colocado em debate a questão das finalidades da educação, levando a um clamor por um conceito mais amplo de educação (Freitas, 2018, p. 91).

Esses mecanismos de conceber o ensino-aprendizagem estão alinhados às determinações da reforma empresarial da educação. Para Freitas (2018, p. 80), essa reforma tem como finalidade última a privatização da educação ao estipular "[...] metas que são difíceis de serem atingidas nas condições atuais de funcionamento da educação pública, desmoralizando a educação pública e o magistério". O programa é parecido com o desenvolvido na rede da cidade de Sobral, no Ceará, que é apontado como "sucesso" e adota políticas de responsabilização voltadas para testes.

A professora P2, participante do programa "AlfaMais", pontua o despreparo da equipe que o ministra, a metodologia empregada e o desrespeito ao desconsiderar a profissionalização, a experiência, a vivência e a formação do(a) professor(a), o que podemos verificar a seguir.

Professora P2: *Estou vendo um despreparo muito grande das pessoas que estão aplicando o curso e eu estou vendo o curso mais como uma ameaça, pra nós professores, do que um momento de aprendizagem. Então, nós estamos sendo ameaçadas, pelo prefeito, as partes maiores, né. Ou a gente faz, ou a gente faz, não tem o que fazer. Mas não se aplica nada lá, eu não saio de lá com nenhuma bagagem, nenhuma. Não resolve nada, nada, nada, nada. A gente aprende isso constantemente você não consegue nada do aluno ameaçando o aluno. Quando você vira para o servidor, uma pessoa que já tem tantos anos de profissão, tá cansado de estar na sala de aula e fala assim: "você tem que participar do curso". Ele para querer ir, querer participar ele tem que ver algo que seja interessante pra ele aprender. Eu vou ser realista com você, eu pra mim dispensar uma turma de alfabetização, um dia de aula, pra ficar quatro horas sem aprender nada, deveria ser penalizada a secretaria.*

Porque seus alunos estão sendo dispensados, estão perdendo o direito de estarem na sala de aula aprendendo, estão perdendo quatro horas de aula, para o professor ir lá, ficar sentado escutando abobrinha? De todo jeito o aluno não vai ser respeitado no seu direito e o meu direito. Estou saindo lá da minha casa, estou deslocando para um lugar que vou ficar lá 4 horas sentada, ouvindo, ouvindo, ouvindo e vou sair de lá com nenhuma bagagem acrescentada. E meu aluno está sendo prejudicado em seu direito de aprendizagem.

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Apontamos, também, que essa profissional não é respeitada em seu direito de não participar do curso e que ainda sofre constrangimentos e ameças: "*[...] nós estamos sendo ameaçadas, pelo prefeito, as partes maiores, né. Ou a gente faz, ou a gente faz, não tem o que fazer. Mas não se aplica nada lá, eu não saio de lá com nenhuma bagagem, nenhuma"*. Em suas vivências, as experiências das professoras não são valorizadas e nem consideradas.

As professoras P1, P2 e P5 entendem que as provas SAEGO-Alfa e SAEB são para avaliar o(a) professor(a), e que não levam em conta o contexto socioeconômico, cultural, momento pandêmico. Reclamam da pressão a que estão condicionadas em sua prática diária. Assim, diante dessas condições, de acordo com Freitas (2012, p. 35), a educação: "1º) é, por consequência, a atividade pedagógica é atividade prática; 2º) é prática na medida em que materializa, através de uma série de mediações o que antes só existia idealmente na consciência."

Professora P1: *acho que o problema é ainda maior, a pressão é maior, quando eu entrei na rede, eu caí no 5º ano, 2020 é que eu entrei, a gente tinha que ter um resultado, um certo resultado, mesmo com a pandemia tinha que ter o resultado, tinha prova no final do ano. Aí você pensa, junta alunos, pandemia, toda proposta pra ver se esses meninos saibam pelo menos marcar lá. Aí no outro ano, no outro ano acho que não teve. Mas, o que eu acho que o problema maior foi também desconsiderar uma pandemia inteira. Igual, agora eu pego de novo um 5º ano, esse menino vem monte de ano sem aula, aí de repente eu tenho que formar todo esse conhecimento que está sendo discutido aqui, agora, porque meu aluno do ano passado, ele teve aula no 2º ano, no 3º no 4º e no 5º ano não teve assim presencial, ele vai voltar pro 4º ano. Muitos não fizerem, tem aluno que está sendo alfabetizado agora, olha pra você vê, três anos depois que o menino tá começando a ler, entendeu, menino de 5º ano.*
Professora P2: *na verdade o que está sendo avaliado não é nem os alunos, né? [...] assim igual tá falando sobre avaliação em larga escala aqui, mas só que é muita pressão em cima do professor.*
Professora P5: *essa angústia aí, eu compartilho, todo mundo tá com essa angústia, porque eles não estão preocupados, eles não levaram em consideração esses dois anos da pandemia, ele passou por cima disso aí, e a cobrança veio em cima de nós. O que que acontece você tem que fazer o que eles estão pedindo. O que que acontece, a gente não pode fechar os olhos, a gente sabe que a criança tem dificuldade, tem sérias dificuldades, ela não consegue esse conteúdo, mas o que acontece, é cobrado isso da gente. Então a gente tem que fazer.*

(Excertos do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Freitas (2018, p. 81) alerta que essas ações podem não parecer interligadas, mas se articulam em um conjunto de "alinhamento" (base/ensino/avaliação externa/responsabilização), suprimindo a diversidade e "[...] deixando pouco espaço para a escola ou para o magistério criar". Esses processos marginalizam e deslegitimam os saberes dos povos, por exemplo, indígenas, ao persistirem em uma "[...] violência que impõe a manifestações culturais diferenciadas um mesmo padrão oficial".

Para esse autor, a prática pedagógica é condicionada aos resultados das avaliações. A nota da escola aumentando, torna-se referência de qualidade, o que contribui para que o debate das finalidades educativas da escola seja inviabilizado, "[...] favorecendo a captura da ação pedagógica pelo *status quo*" (Freitas, 2018, p. 82). A fala da professora P1, de que *"[...] a gente tinha que ter um resultado, um certo resultado, mesmo com a pandemia tinha que ter o resultado, tinha prova no final do ano. Aí você pensa, junta alunos, pandemia, toda proposta pra ver se esses meninos saibam pelo menos marcar lá"*, coloca em evidência essa realidade. Com essas demandas impostas, as professoras têm que cumprir a meta. Independentemente de o(a) estudante ter aprendido ou não, o conteúdo tem que ser ministrado.

No excerto seguinte, a professora P1 demonstra o que se evidenciou na pesquisa de Silva (2017): existem vários currículos, o apresentado, o moldado, o praticado ou em ação e o que prevalece no final, que é o currículo avaliado, "[...] que se constitui nos processos de verificação da aprendizagem dos estudantes e que encontra sua maior expressão no que, hoje, são as avaliações externas, incluídas aí as matrizes de referências, as listas de habilidades e os documentos orientadores" (Silva, 2017, p. 90).

Professora P1: *bem, é o problema maior, é o seguinte, é um lance meio assim, você tem meta, tem meta, tem que chegar na meta. É só meta, você tem meta e não adianta, você tem que chegar na meta. As avaliações externas elas pegam tudo isso. Todas, a gente tá lá trabalhando, trabalhar porque tem os descritores e tudo, aí você pega a prova da avaliação tá lá todo o conteúdo. Então não adianta você não trabalhar ele, porque ele vai ser cobrado lá. Então, é porque ano passado, 2022, não teve. Assim, não teve SAEB ano passado. Pois é, que no final do ano a avaliação é em cima disso tudo. Esse que é o problema maior.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Então, podemos inferir que o currículo se configura nos descritores, verificado na fala da professora P1: *"[...] é só meta, você tem meta e não adianta, você tem que chegar na meta. As avaliações externas elas pegam tudo isso. Todas, a gente tá lá trabalhando, trabalhar porque tem os descritores e tudo, aí você pega a prova da avaliação tá lá todo o conteúdo"*. Para Cássio

(2019, p. 18), essas avaliações deveriam ser usadas positivamente para "[...] melhorar a infraestrutura das escolas, melhorar as condições do trabalho docente, aumentar os salários dos profissionais da educação, investir em formação docente qualificada, ampliar o alcance de políticas sociais etc". Seu uso impróprio, entretanto, gera a crença de que são suficientes como "medidas" da qualidade de ensino.

Os testes padronizados passam a gerir a vida no interior da escola, tornando-a um ambiente competitivo, de premiação, independentemente do contexto em que estão inseridos(as) os(as) estudantes e das condições estruturais e materiais que as escolas oferecem. Ao considerar a centralidade desses testes, a escola se torna um ambiente infecundo para a educação humanizada, ao listar perdedores(as) e ganhadores(as), potencializando ainda mais as desigualdades sociais, o que evidencia uma sociedade pautada na divisão de classes. Consequentemente, distancia-se ainda mais da construção de uma educação de qualidade, humanizada, crítica e emancipatória. "A competição não é, nem do ponto de vista da convivência social, nem do ponto de vista educacional, um modelo que induza uma humanização crescente das relações sociais em uma ambivalência democrática" (Freitas, 2021, p. 128).

Ainda nesse sentido, contradições ocorrem dentro desse processo de produção, concretizado na realidade educativa. Ao focar a educação em testes, a criatividade, a qualidade e as tarefas propostas pelos(as) professores(as) são renegadas a segundo plano, em prol de uma valorização dos materiais e livros produzidos pelos programas, construídos por empresários que veem na educação uma empresa, a "menina dos olhos". É importante ressaltar que isso se torna uma subordinação unilateral ao capital, em que suas manifestações em contrário se configuram em escassas conquistas. Nessa direção, Frigotto (2010, p. 48) argumenta que a "[...] concepção de uma educação crítica, emancipatória, humanizante é substituída por uma concepção de educação voltada para técnicas, economicista, instrumentalista aos interesses do mercado e produção". A escola é um aparelho ideológico do Estado a serviço de novas exigências do mercado.

No excerto da professora P4, evidenciado abaixo, chamamos a atenção para os direitos de estudantes a uma educação e escola públicas de qualidade e equidade. Ela entende a responsabilidade do poder público em proporcioná-la. Ao não concretizá-la, porém, a professora toma para si essa responsabilidade: *"[...]eu sei que eu erro, que a gente não deveria aceitar, mas eu vejo que meu aluno precisa, se eu não fizer, o prefeito não vai olhar, a secretaria não vai olhar, o vereador não vai olhar e aí ele sair e entrar do mesmo jeito que ele entrou"*, colocando em pauta o "jeitinho brasileiro", discutido por Holanda (1997) no livro "Raízes do Brasil", no capítulo "O homem cordial". E, assim, a escola continua perpetuando os mesmos problemas, discutidos há muito tempo, mas que não foram solucionados, o que entendemos ser um projeto sem fim para terminar, mas que depende de ações dos atores da educação para que possam refutá-los e propor mudanças em prol dessa educação de qualidade para a população trabalhadora.

> **Professora P4:** *a gente vai dá uma atividade criativa, aí menino passa borracha lá e tira toda a tinta, meu Deus, o que é isso. Aí eu penso assim, gente, o meu aluno está na escola pública, mas ele tem os mesmos direitos de uma escola particular. Porque que eu tenho que dar algo diferente pra ele? Ele merece o melhor. Então, eu faço o máximo que eu posso, sabendo que a obrigatoriedade não é minha, é do estado, é do município. Mas porque eu vejo meu aluno, eu enxergo meu aluno como se ele fosse minha responsabilidade, eu estou ali na frente, eu que estou trabalhando com ele. Aí eu penso, se eu for esperar vir da secretaria, se eu for esperar o prefeito mandar chamex, em janeiro, a gente pediu chamex, o prefeito teve coragem de mandar 5 caixas de chamex para uma escola desse tamanho e aonde a gente vai parar? Aí, se você for pensar, se eu não fizer a minha parte, eu não me sinto, assim que eu estou fazendo o meu máximo. E eu sei que eu erro, que a gente não deveria aceitar, mas eu vejo que meu aluno precisa, se eu não fizer, o prefeito não vai olhar, a secretaria não vai olhar, o vereador não vai olhar e aí ele sair e entrar do mesmo jeito que ele entrou.*
>
> (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Assim, está posta a diferenciação histórica entre a escola pública e privada: uma construída para os(as) filhos(as) de trabalhadores(as) e a outra para uma elite preparada para garantir a hegemonia. A educação se torna refém de programas, propostas baseadas na ideologia neoliberal, que tem o mercado como mandatário e regulador de todo processo. Esse fato é pontuado pela professora P1, no próximo excerto:

> **Professora P1:** *Tem um problema também, a gente não pode ser tão indiferente, também, à avaliação de larga escala porque, porque ela está vinculada a verba, infelizmente. Vem dinheiro na medida que tem resultado. Tem que ter resultado, então quem não tem resultado, mais resultado, mais dinheiro, mais resultado, mais dinheiro.*
>
> (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

As avaliações conduzem os rumos da educação em desacordo com a cultura, o contexto escolar e socioeconômico, além de estarem em oposição aos atores da escola. Em contrapartida, é necessário entender que "[...] o conhecimento que se adquire nos processos escolares deve ser um instrumento de luta voltado para esses objetivos, e não simplesmente a ser apresentado por ocasião de testes e provas" (Freitas, 2018, p. 128). O autor postula que ir contra a reforma empresarial da educação não significa concordar que a escola pública está bem, mas que alternativas podem e devem ser implementadas para melhorá-la, o que é diferente das ações empresariais que visam a destruí-la.

Essa situação é vista por Silva (2017), quem considera as decisões governamentais não alinhadas com a prática de sala de aula, nem efetivadas em sua plenitude. O discurso que permeia esses diferentes campos não é sustentado pelas mesmas regras e códigos, o que implica a ausência de uma diretriz interpretativa de racionalidade. O Estado, na figura de seus agentes públicos e especialistas, coloca-se em oposição às professoras.

b) **Formação das professoras para trabalhar os conhecimentos matemáticos e a unidade temática álgebra**

Como a pesquisa está voltada para a compreensão que as professoras têm a respeito de 'álgebra', com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, isso engloba sua formação inicial em relação ao Ensino Fundamental, Médio, Graduação e continuada em Matemática. Assim, as análises estão voltadas para a produção das questões referentes ao questionário e dos excertos do momento interativo presencial.

Na seção 4 do questionário (anexo no apêndice), as perguntas 4.2 e 4.3 remetem à experiência de aprendizagem de álgebra no Ensino Fundamental, Ensino Médio e Graduação, e ao que as professoras lembravam a respeito desse ensino.

Pergunta: Como estudante, o que lhe vem à memória sobre álgebra? Conte-nos sua experiência a respeito desse conhecimento, separando por níveis de ensino (Ensino Fundamental, Médio, Graduação). As respostas de duas professoras estão relacionadas a seguir:

Respostas da Professora P1: **Ensino Fundamental:** *potência, probabilidade, binôminos, polinômios.* **Ensino Médio:** *número desconhecido, equação, binômios.* **Graduação:** *Média aritmética. Fundamentos de Matemática I e II.* (Excerto do Questionário)

A professora P1 tem noção do que é conteúdo da álgebra, corroborando com Lins e Gimenez (1987) ao afirmarem que o consenso a respeito da álgebra é focado em conteúdo. Em análise, a professora P1 remete a compreensão da álgebra relacionada aos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental ao pontuar “número desconhecido”, “equação”, “polinômios”.

Respostas da Professora P3: **Ensino Fundamental:** *no Ensino Fundamental tive muita dificuldade em Matemática, principalmente as operações aritméticas. Tive problema na terceira série, na tabuada de multiplicar. Até tinha traumas quando a professora tomava a tabuada verbalmente.* **Ensino Médio:** *no Ensino Médio vieram mais dificuldades, pois fiz curso Técnico em Magistério e não sabia dividir, mal multiplicava. Foi aí que fiz o Ensino Médio supletivo 1º e 2º anos, que aprendi com professor de Química. Daí comprei três livros usados do 6ª. 7º e 8º anos. Aprendi muito. Hoje domino bem a parte básica da Matemática.* **Graduação:** *No Ensino Superior, tive início de Estatística. Não tive muitas dificuldades, pois o professor nos mostrava a vivência. Visitamos o laboratório de informática da universidade Federal. Fiquei apaixonada pelos trabalhos e construções dos próprios alunos.* (Excertos do Questionário)

A Professora P3 fala de dificuldades nas operações aritméticas vistas no Ensino Fundamental vinculadas ao ensino tradicional em que a memorização é uma metodologia utilizada, cristalizada em sua memória como traumas: "*[...] até tinha traumas quando a professora tomava a tabuada verbalmente*". Em complemento, Kaput (1999) salienta que os(as) estudantes não têm a oportunidade de refletir sobre suas experiências matemáticas e memorizam procedimentos, resolvem problemas artificiais que não têm significado para suas vidas. Além disso, o ensino não é voltado para a compreensão dos conceitos matemáticos e raciocínio envolvidos.

No Ensino Médio, a professora salienta que "*[...] vieram mais dificuldades pois fiz curso Técnico em Magistério não sabia dividir mal multiplicava*". Avaliamos que a aritmética nos anos iniciais não é bem trabalhada, como aponta Carraher *et al.* (2006). Um fato que merece destaque é que a professora P3 aprendeu Matemática com o professor de Química. A leitura que fazemos é a de que os conhecimentos estão interligados: para aprender Química, há o entendimento da necessidade dos conhecimentos matemáticos e, diante da persistência das suas dificuldades, resolveu aprender por conta própria, colocando em pauta o papel principal da escola, que é o de ensinar, e das políticas públicas em propor soluções.

Assim, a escola é uma instituição cujo papel aponta para a efetivação do saber sistematizado. Para Saviani (2011, p. 14), a "[...] escola existe, pois, para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso aos rudimentos desse saber". Compreende-se que os conhecimentos, a experiência em Matemática da P_3 é em relação à aritmética, não fazendo referências à álgebra.

A respeito da álgebra na graduação, (100%) das professoras acederam que não tiveram disciplina sobre esse conteúdo, mas tiveram disciplinas como Fundamentos em aritmética I e II e Estatística. Comprovamos o que Fernandes, Curi (2018) e Gatti (2010), Gomes e Palma

(2019) relatam: nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, os conhecimentos específicos são abordados de forma genérica e superficial, há uma escassez de conteúdos e carga horária para a formação em Matemática. Desse modo, inferimos que o conhecimento a respeito de álgebra não foi proporcionado na graduação. Isso pode ser observado nas falas das professoras P2, P4 e P5 a seguir.

Professora P2: *é porque também em nossa formação, a preparação foi bem mínima, né. Eu lembro de ter tido só uma matéria de Matemática na faculdade e foi assim pincelado, não prepara o professor pra dá aula de matemática, às vezes a gente trabalha com o básico, mas pra trabalhar assim mais específico, a Matemática mesmo fundamentada, pelo menos eu não tive.*
Professora P4: *eu nem lembro de ter tido.*
Professora P5: *esse tema, o desenvolvimento do pensamento algébrico, o sistema ele não nos oferece isso, tanto é que na Pedagogia eu fiz em uma Faculdade Federal, eu cursava e assim duas disciplinas que eu lembro de ter tido referente a matemática, e não teve alguma coisa relacionada com álgebra, que foi didática e conhecimentos matemáticos, como é que é, não é conhecimentos matemáticos, fundamentos matemáticos. Foi bem teórico assim, sabe. Era só o conteúdo, o que você ia aplicar, e tudo o mais, mas não te dava suporte.*

(Excerto dos Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

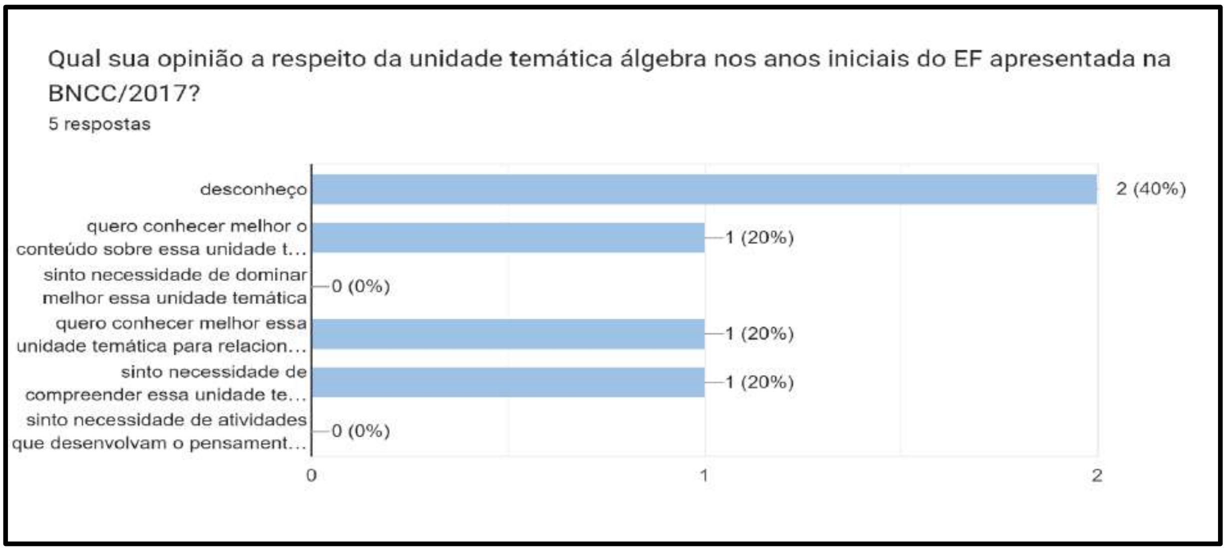
Na próxima análise, o que está bem nítido é que nos cursos de Pedagogia, relatado pela professora P1, ela *"[...] via gente com dificuldade em fração, fração porque eu lembro especificamente. Mas, as outras coisas, na questão do universo matemático que eram complexas, e assim, não era para mim que era difícil, era para o grupo. E era um grupo pedagógico"*. Sua fala põe também em evidência a formação de formadores(as), que "parecem" não dominar o conteúdo proposto, o que Shulman (1986) pontua ser um dos conhecimentos base para ensinar, ou seja, os princípios epistemológicos, processos de produção, dentre outros.

Professora P1*:* *na faculdade, eu via gente com dificuldade em fração, fração porque eu lembro especificamente. Mas, as outras coisas, na questão do universo matemático que eram complexas, e assim, não era para mim que era difícil, era para o grupo. E era um grupo pedagógico. [...] Então como que faria então para desenvolver esse pensamento algébrico, porque vamos considerar a faculdade, formação complementar, tem formações, porque as grades de Pedagogia mudaram, desde 90 vem mudando. Sei que até agora quando eu saí, já tinha outra grade.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Para corroborar essa conclusão, no questionário, propomos perguntas quanto ao conhecimento acerca da unidade temática álgebra apresentada na BNCC. A maior porcentagem (40%) está relacionada ao desconhecimento das professoras sobre essa proposta de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Outras respostas direcionaram para a vontade de conhecer, compreender esse conteúdo. Esses dados estão disponibilizados no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Conhecimento da unidade temática álgebra na BNCC



Fonte: Dados do questionário (2023)

O observado é que esses relatos nos levam a concluir que as professoras não tiveram conteúdos significativos em relação aos conhecimentos matemáticos. Quando os tiveram, foram mínimos. Não se voltaram à álgebra e, menos ainda, ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Os conhecimentos adquiridos pelas professoras em Matemática são oriundos do Ensino Fundamental, porque o ensino médio das professoras foi cursado no Técnico de Magistério; e, na graduação, os conteúdos matemáticos foram escassos, pois houve o relato de uma professora que nem se lembrava de ter tido, sendo os conhecimentos também constituídos nas vivências, nas trocas de experiências diárias na escola e em estudos individualizados."

4.2 Estratégias de ensino das professoras e tarefas que realizam na promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico

A materialização do currículo geralmente remete a estreitas categorias da tradição, associadas a conceitos técnicos, como os de ensino e eficiência, habilidades e competências ligadas à matriz curricular e lista de conteúdos. Mas o que é questionado é por que esses conteúdos e saberes estão contemplados e não outros? Como se chegou a essa construção e não a outra? Silva (2009) apresenta várias questões que legitimam um currículo que é materializado e se torna modelo nas instituições educacionais. Para o autor, o currículo é questão de saber, poder e identidade.

O currículo não é um corpo neutro e desinteressado; a seleção que o constitui é resultado de um processo que corporifica os interesses particulares das classes e grupos dominantes. “O ‘conhecimento técnico’ relaciona-se diretamente à estrutura e ao funcionamento de uma sociedade capitalista, em que esse conhecimento é relevante para a economia e produção” (Silva, 2009, p. 44). O currículo carrega no conhecimento corporificado marcas permanentes das relações sociais de poder. “O conhecimento não é aquilo que põe em xeque o poder: o conhecimento é parte inerente do poder” (Silva, 2009, p. 145). E esse poder está em todos os espaços e é multiforme. Para Arroyo (2013, p. 38), quando se trata de disputas, “[...] é preciso manter com profissionalismo e ética os embates nesses territórios do conhecimento por novas políticas de currículo, de avaliação, de valorização, atreladas a outros projetos de sociedade, de ser humano, de vida, de justiça e dignidade.”

Quando se trata da Base, sua trajetória é regulada por meio de conflitos e disputas, tendo como “vencedores(as)” empresários(as) e demais agências internacionais, como o Banco Mundial de Reconstrução e Desenvolvimento (BIRD) e a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Ela é prescrita como obrigatória em todas as escolas de ensino básico e vem tentando direcionar os cursos de formação de professores(as) nas IES.

O ensino de Matemática está contemplado nesse “currículo mínimo”, que postula a BNCC em suas unidades temáticas, por exemplo, a álgebra, e no Documento Curricular para Goiás (DCGO-Ampliado), que não acrescenta nenhuma novidade em se tratando desse saber e é adotado nas escolas de Ensino Fundamental em Senador Canedo-Goiás. Esse é o currículo que deve contemplar a instrução do ensino-aprendizagem das disciplinas. O currículo que foi imposto representa o poder hegemônico da classe dominante. Nessa concepção, o currículo é mediado pelos interesses.

> [...] econômicos e políticos para um projeto de nação e de determinação de uma cultura que se quer que a escola promova para a população. Tem-se, então, uma proposição universalista na qual se imagina que todo estudante pode ter a oportunidade de acessar o mesmo currículo. O desejo tecnocrata de uniformidade procura por um currículo único a ser desenvolvido por todos (Silva, 2017, p. 94).

Assim, esses currículos legitimam os saberes de uma sociedade em que não há espaço para a diversidade, perpetuando a exclusão dos menos favorecidos economicamente e socialmente, e desvalorizando sua cultura.

No seguinte excerto da professora P4, podemos observar que o currículo proposto para a formação não considera os diversos contextos, pontuando o caráter teórico descontextualizado da realidade.

Professora P4: *é igual na disciplina de Matemática, cada um ensina de um jeito, você não sai dali da faculdade já sabendo como é que você vai ensinar, é tudo teórico, nada prática. Você entra em uma sala de aula, você entra nu e cru, porque a realidade é totalmente diferente.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Diante da fala da professora P4, há o entendimento de concordância com Silva (2009, p. 146, grifo do autor) ao afirmar que o currículo, para além das relações de poder e de saber, é também identidade. "O currículo é trajetória, viagem, percurso. [...] É autobiografia, nossa vida, *curriculum vitae*: no currículo se forja nossa identidade. [...] é texto, discurso, documento. O currículo é documento de identidade."

Assim, desse ponto em diante, apresentamos os relatos e reflexões a respeito dessa unidade temática" álgebra", pensamento algébrico e, em seguida, estratégias de ensino das professoras e práticas cotidianas em sala de aula.

Professora P1: *bem, na verdade, igual no ano passado eu estava no 4º, e esse ano no 5º. No 4º ele começa ali querer, ter uma noçãozinha sobre álgebra e no 5º isso fica mais evidente. Mais assim, eu sinto que pode dá uma dificuldade pra criança relacionar isso depois. Mas, assim, eu não considero prejudicial, porque a verdade é que a demanda, eu vejo, é o seguinte, o quantitativo de conteúdo, gente, quase deixa o professor louco, é muita coisa pro 5º ano.*
Professora P2: *quando fala em álgebra, a gente trabalha com proporção, quantidade que equivale a 3 vezes mais, multiplicação. Assim, mais para o básico mesmo. Nada assim, muito fundamentado e talvez deu a base para o aluno lá na segunda fase. Eu não acho que a gente inicia essa álgebra, eu não sei, os professores de 5ºs anos, mas igual nas séries iniciais, no início, não.*

(Excertos do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

A professora P2 tem conhecimento, noção de um conteúdo que faz parte do currículo de álgebra contemplado no 5º ano, no DCGO-Ampliado, mas não dispõe de aprofundamento no assunto. Por conseguinte, apresenta a proporção associada ao campo multiplicativo, que demanda conhecimento aprofundado. Acredita que a álgebra não é ministrada de 1º ao 3º ano. Tem ciência da importância de sua atuação como professora que ensina Matemática nos anos iniciais ao relatar que não é *"[...]nada assim, muito fundamentado e talvez deu a base para o aluno lá na segunda fase"*. Ou seja, mesmo não tendo certeza se movimenta esse conteúdo, tem a consciência de que faz o possível, dando a base para que o(a) estudante tenha condições para continuar avançando em seus estudos.

A professora P2 acredita que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino de álgebra não se aplica, constituindo a manifestação desse saber a partir do 4º ano, mas que, no entanto, é no 5º ano que ele se efetiva. Faz referência à transição do(a) estudante dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental. Em relação à "álgebra" trabalhada nessa etapa (Ensino Fundamental anos iniciais e finais), acredita que a criança possa ter dificuldade em relacionar os conhecimentos em aritmética à álgebra. Não considera, porém, ser o maior problema, afirmando ser a maior dificuldade a condição impositiva de cumprir o currículo do 5º ano devido à sua extensão. Sobre esse último ponto, a professora P_2 acredita que a extensão de conteúdo é *"[...] para atender a BNCC, o livro foi pensado na BNCC, é por isso que tem essa quantidade de conteúdo lá"*. Enfim, um "currículo mínimo" que se torna "máximo"? Em quais contextos e condições foram pensados?

A questão torna-se pertinente: a BNCC não propõe "conteúdo mínimo" em que todos(as) estudantes deveriam se apropriar durante a trajetória do Ensino Básico? Então, o currículo é pensado para uma classe elitizada que possui condições sociais e econômicas favoráveis para estudos? Atribuímos à Base, mais uma vez, um caráter padronizado ao desconsiderar os múltiplos contextos educacionais no Brasil. As participantes da pesquisa colocam essa realidade invisibilizada no documento ao relatar dificuldades de aprendizagem conferidas a fatores externos à ação pedagógica.

Professora P1: *todos tem dentes, todos tem dentes quebrados, todos, todos, todos, dava para contar nos dedos quem tinha dente aqui (mostra na frente da boca) e são os alunos que não estudaram, então juntou os alunos que ..., juntou a questão da realidade, o cognitivo. Gente, você fala assim, meu Deus, assim, não fui investigar vida por vida, mas você vê que tem uma situação assim de certo abandono. Tem. Não é porque tem celular, alguns tem celular, mas observa que houve um abandono, no processo para chegar aqui.*
Professora P5: *acho que é uma conscientização não só dos pais, eu acho mais, que não adianta o professor vir fazer o trabalho de álgebra, que seja de português, forever, né, que seja. Mas a questão é aqui, mas não tem acompanhamento, essa criança falta acompanhamento.*

(Excertos do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

A professora P1 coloca em discussão características de uma sociedade capitalista em que o consumismo é incentivado incessantemente. As prioridades são pautadas no ter: quanto mais se tem, mais poderá ter sucesso na vida. Ela menciona: *"Não é porque tem celular, alguns têm celular, mas observo que houve um abandono, no processo pra chegar aqui"*. Ampliando essa discussão, questionamos: qual projeto de sociedade e ser humano defendemos? A escola destinada à classe trabalhadora, que, em seu processo educativo e formativo, poderá contribuir para romper com o modo de produção capitalista, o qual se encontra em pleno funcionamento, um projeto hegemônico, que visa a naturalizar o trabalho e educação desumanizados, procurando "humanizar" as relações de exploração e de dominação vigentes? Fica a pergunta: Qual o projeto de educação vislumbramos para as escolas públicas?

Continuando as análises, no excerto a seguir, evidenciamos o apontamento da professora P1, ao propor uma tarefa que propicia o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois sua resolução prevê a utilização de operação inversa.

Professora P1: *a questão que o menino não entende, que quando tira o menos, tipo assim, subtraia isso o menino não entendi, por exemplo eu falo assim: falta tanto, eu fiz isso com os alunos, uma coisa muito simples, muito simples mesmo, tem tanto de tecido, falta é, ... eu tenho seis, eu queria ter dez, quanto falta? Teve menino multiplicando, teve menino somando. Falei "meu pai amado, o que que está acontecendo?" Ele não tá fazendo, assim porque não tinha subtração. É a dificuldade que tem de entender se tá somando, multiplicando, ...*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Como a professora acredita, esse tipo de problema não é simples para a criança entender, pois pressupõe a noção de como as operações estão relacionadas, lidando com o inverso aditivo e multiplicativo. Carraher e Schliemann (2007) postulam que, à medida que as crianças percebem que qualquer problema de adição pode ser resolvido encontrando o fator faltante, ou seja, utilizando a subtração, ou resolvendo problemas de divisão utilizando sua operação inversa, estão adquirindo experiência com relações inversas de adição e subtração, multiplicação e divisão e, portanto, como equivalente, proporcionando o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quando as crianças resolvem problemas de adendos faltantes, exemplificados pelos autores, como "Maria tinha 7 bolinhas de gude e ganhou mais um pouco, ficando com 15 bolinhas de gude. Quantas bolinhas de gude ela ganhou?" Este problema corresponde à sentença matemática $7 + \square = 15$, cuja solução lida com o axioma do inverso aditivo, mas que é difícil de entender para os estudantes, que acreditam que "ganhar" indica que é preciso somar para encontrar a resposta. Fayol (2012, p. 74) aponta que os "[...] conhecimentos conceituais relativos às duas operações e às suas relações, sobretudo a inversão, ainda são pouco conhecidos. [...] Tudo se passa como se as crianças ativassem procedimentos sem dominar os conhecimentos conceituais a eles associados."

Carraher e Schliemann (2007) evidenciam que a adição comum não é álgebra, mas o problema de adendo ausente é álgebra. Esse tipo de problema é o primeiro contato dos(as) estudantes com questões de álgebra. Eles alertam que trabalhar a adição e subtração como conteúdos separados, sem mostrar sua conexão, pode ser um obstáculo na aprendizagem da álgebra. A ênfase desde o início deve ser em propiciar atividades que possam desenvolver o pensamento algébrico, contribuindo para minimizar as dificuldades em Matemática nos anos posteriores.

A organização do trabalho pedagógico pressupõe planejamento, conhecimentos do conteúdo, pedagógico e do currículo, e estratégias utilizadas na mediação dos saberes, relação entre teoria e prática. As práticas pedagógicas da escola e da sala de aula, oportunizadas pelas metodologias específicas e diversificadas, possuem papel central.

Assim, apontamos que, em práticas pedagógicas em sala de aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental, torna-se propício trabalhar a interdisciplinaridade. Devido ao papel desempenhado pelo(a) professor(a) polivalente, ao ser responsável pela maioria das disciplinas, ele(a) tem o privilégio de poder observá-las em sua totalidade. Talvez essa seja uma vantagem, um ponto positivo da polivalência. E, talvez, ao não realizar as ligações entre disciplinas, isso possa ser uma das causas das dificuldades do(a) estudante na aprendizagem, já que os conhecimentos estão interligados.

Os seguintes excertos selecionados direcionam para a reflexão a respeito das dificuldades metodológicas, a interdisciplinaridade para a construção do conhecimento e os limites pertinentes à sua materialização.

Professora P1: *eu vejo também que é questão de didática. Se eu trabalho os conteúdos de forma interdisciplinar, pra você é uma prova que faz sentido, eu não trabalho assim, às vezes alguns conteúdos lá, eu consigo trabalhar. Igual formação do povo brasileiro, eu até já peguei um livro que fala da comida brasileira em história também, em geografia também dava pra fazer geografia, história e ciências com essa temática, né, questão da alimentação. Se eu trabalho o conteúdo de forma interdisciplinar, trabalhar a regionalidade, a formação do povo brasileiro, tudo num contexto só. Mas, assim, às vezes, é nosso jeito, nossa organização também. Eu quando entrei na rede, estava na pandemia, e aí tinha um volume muito grande de atividades para esses meninos fazerem, eu e coordenadora brigava muito, ela falava: "faz interdisciplinar" e aí, é justamente difícil juntar ciências e ensino religioso. Meu Deus do céu, era muito complicado você juntar ciências e ensino religioso. Para mim era um desafio.*
Professora P2: *a ideia da BNCC agora, é bem isso, porque a gente já estava começando a trabalhar com múltiplas disciplinas, pegava um conteúdo e desenvolvia 3, 4 disciplinas para aquele conteúdo. Agora, vem a BNCC e tá tirando, tá voltando o que era antes, trabalhar com conteúdo compartimentalizado de novo. Como professora do 2º ano, quando via uma prova de fluência, prova de fluência, português e matemática, é leitura, aí vem a provinha, só compartimentalizado, não vem...*

[...] Tem que utilizar de estratégias, às vezes, uma aula, ele não vai entender, mas as vezes outra forma de você ensinar, tem tudo isso, a Matemática por si só não é fácil, a Matemática é uma matéria difícil, e se a gente não tem facilidade para passar o aquele conteúdo, o aluno fica com dificuldade e não vai conseguir.
Professora P4: *é a preparação, eu falo, gente tem que preparar. O problema, recai sempre na formação inicial. Pra mim é muito fácil fazer provas interdisciplinares, porque eu já vim desse contexto antes da BNCC, então comecei fazer prova, aqui na escola interdisciplinar. No começo não era bem aceito. Daí mudou a direção. Só para você entender, a dificuldade também para a escola, e eu continuei a fazer minhas provas interdisciplinar, pra mim é mais fácil. Mas me chamaram, e disseram: "olha, não vai dar, você faz prova de história, de ciências, matemática". Nossa! Eu me assustei, mas eu não ia discutir, né.*

(Excertos do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Com o objetivo de favorecer a aprendizagem em sala de aula, é indispensável utilizar várias estratégias, pois os estudantes são singulares e vêm de contextos socioeconômicos e culturais diferenciados. Colocar em movimento as teorias da aprendizagem resulta em possibilidades de maior aprendizado. Nesse sentido, as professoras são bem conscientes e procuram diversificar suas práticas, levando em consideração a relação da tríade conteúdo/forma/destinatário.

Para Freitas (2012, p. 91), a interdisciplinaridade é "[...] entendida como a interpenetração de método e conteúdo entre disciplinas que se dispõem a trabalhar conjuntamente um determinado objeto de estudo". Nessa interpretação, durante a construção do conhecimento, a integração ocorre de forma conjunta, desde o início da problemática. Em consequência, "[...] o conhecimento é gerado em nível qualitativo diferente do existente em cada disciplina auxiliar."

A concepção de caráter disciplinar, voltada para o tratamento dos conteúdos, promove a impossibilidade de ligação de saberes ao não os relacionar, resultando em conteúdos desvinculados uns dos outros, o que torna ainda mais difícil o cumprimento das metas educacionais, considerando o tempo e as condições de trabalho. A BNCC salienta que as unidades temáticas estão correlacionadas, mas, como apontam Nacarato e Custódio (2018), não consegue relacioná-las de maneira eficaz.

O que é mais comum na educação é trabalhar o conteúdo de forma fragmentada, devido à imposição de um currículo organizado hierarquicamente em disciplinas. Assim, fica difícil relacionar os conteúdos, já que, na maioria das escolas brasileiras, nas diversas etapas e modalidades de ensino, predomina a disciplinaridade como princípio educativo. Para Freitas (2018, p. 91), "[...] a questão é que tais áreas têm alto nível de intercomunicação na realidade objetiva, no mundo, mas foram desenvolvidas fragmentariamente, dentro de uma metodologia e de uma classificação de ciências positivistas."

As professoras expuseram outras dificuldades e elementos da realidade que se manifestam no processo de trabalho docente e permeiam as práticas pedagógicas. Elas vivenciam, refletem e avaliam o contexto no qual estão inseridas, enfrentando precarização do trabalho pedagógico e da educação, conflitos na relação do(a) professor(a) com o grupo gestor (direção, coordenação, secretaria), superlotação das salas de aula, que dificulta a aprendizagem, déficit na aprendizagem atribuído ao ensino remoto em consequência da pandemia da COVID-19, estudantes com nível socioeconômico baixo e falta de engajamento da família com a educação. Convém, no entanto, refletir com Moura, Sforni e Lopes (2017, p. 72) que

> Não se trata de planejar o ensino com base em representações ideias do fenômeno educativo de forma impessoal, atemporal e independente das condições reais nas quais será realizado, como, por vezes, nos fazem agir as prescrições didáticas tradicionais. Tampouco, não se trata de deixar as condições materiais presentes no cotidiano escolar sejam as únicas condutoras da ação docente. A interação dialética do ideal com o material no processo de ensino coloca o professor em movimento constante de aprendizagem e, portanto, de desenvolvimento.

Tampouco se quer dizer que a responsabilidade é tão somente das professoras. O esforço das professoras em participar desses momentos interativos fortalece esse movimento de estarem sempre se atualizando, em aprendizagem e em desenvolvimento.

Os apontamentos são de ordem sistêmica, comprovando e perpetuando a desigualdade educacional. Há fatores estruturais e relacionados à aprendizagem, mas que não constam nas avaliações censitárias, as quais deveriam ser amostrais e servir para questionar as próprias políticas públicas (Freitas, 2018).

A professora P3 salienta que o conteúdo faz parte da vivência cotidiana e utiliza diversos materiais concretos para proporcionar a aprendizagem aos(às) estudantes. A estratégia de ensino é direcionada para explicações, mas também para anotações, proporcionando aos(às) alunos(as) a construção do aprendizado a partir de seu entendimento do conteúdo e em consonância com seus pares, nos quais o conhecimento é compartilhado: *"[...] os que dominam ensinam os que estão com dificuldades*". Ou seja, uma prática que vai na contramão de políticas neoliberais, nas quais a competição e o individualismo prevalecem. Freitas (2018, p. 128) afirma que "[...] a competição não é, nem do ponto de vista da convivência social, nem do ponto de vista educacional, um modelo que induza uma humanização crescente das relações sociais em uma ambiência democrática."

No excerto na sequência, estão dispostas respostas às perguntas do questionário em relação ao ensino de álgebra. **Pergunta**: Você está trabalhando o conteúdo de álgebra? Se sim, como você está ensinando os conteúdos voltados a essa unidade temática? As respostas revelam que as professoras, de alguma forma, relacionam esse conhecimento na prática, nas aulas de Matemática.

Professora P1*: sim. A Matemática em si, já engloba a álgebra.*
Professora P2*: trabalho com os anos iniciais do Ensino Fundamental (2º ano). Desde as primeiras aulas de Matemática ensino aos alunos padrões em sequências de números ou imagens e proporção. Eu ensino equivalência e proporção nas operações.*
Professora P3*: sim. Através de vivências, construções de materiais, explicações e anotações. Ex.: para trabalhar ordem e classe confeccionamos ábacos com sucatas, lixos recicláveis, recorte e colagem, música etc. Tabuada, os alunos interagem: os que dominam ensinam os que estão com dificuldades.*
Professora P4*: ainda não.*
Professora P5*: trabalho do jeito que aprendi no curso do PNAIC.*
(Excertos do Questionário)

A professora P2 trabalha *"[...] padrões em sequências de números ou imagens, equivalência e proporção nas operações*". A professora P1 afirma que *"[...] a Matemática em si já engloba a álgebra*". Elas trazem elementos sobre a importância do sinal de igualdade como equivalência. Essas evidências de conhecimento em relação à álgebra apontam para uma aritmética generalizada (Kaput, 1999, 2008).

Nos excertos seguintes, pontuamos as respostas diante da **pergunta**: Você encontra dificuldades para ensinar a unidade temática álgebra? Se sim, quais? Nesse contexto, as dificuldades estão relacionadas à formação, às metodologias diversificadas para os diferentes níveis de aprendizagem da turma e ao apoio para crianças com deficiência. Assim como já foi pontuado, a BNCC propôs a unidade temática álgebra, no entanto, não propiciou formação aos profissionais que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Professora P1*: sim. Falta de formação voltada para a temática.*
Professora P2*: sim. Muitas dificuldades, pois não tive um curso específico pra essa disciplina e com isso, não consigo utilizar diferentes metodologias para facilitar a aprendizagem dos meus alunos.*
Professora P3: *após a pandemia percebe-se que os alunos estão em déficit de aprendizagem. Sempre tenho que voltar as séries anteriores. Eu estou com uma turma de diferentes níveis. Tenho aluno com laudo, porém, não tem apoio e está no pré-silábico. Tenho outros que apresentam dificuldades e vários níveis: 1ª, 2º, 3º, 4º e 5º anos. Isso dificulta muito. Tenho que fazer tarefas diferenciadas.*
Professora P4: *ainda não trabalhei.*
Professora P5: *trabalho de acordo com a BNCC.*
(Excertos do Questionário)

A professora P5 relata que participou de um curso do PNAIC para alfabetização matemática focado no letramento. Ferreira (2017, p. 26), ao analisar os cadernos formativos do PNAIC, observou que apresentam elementos da aritmética generalizada, no que se "[...] referem às propriedades dos números e suas relações (composição, decomposição, regularidade da sequência numérica) e também às propriedades das operações". Observamos também que a professora P3 transporta a questão (sua resposta) para as dificuldades das crianças.

Nessa direção, questionamos a respeito dos cursos de formação continuada direcionados aos(às) professores(as), ao se voltarem para a aprendizagem dos(as) estudantes, o que leva esse(a) profissional a não pensar, refletir sobre seus conhecimentos, suas dificuldades, como profissional com identidade e profissionalismo, o que significa "[...] não só descrever o desempenho do trabalho de ensinar, mas também expressar valores e pretensões que se deseja alcançar e desenvolver nesta profissão" (Contreras, 2002, p. 74). Afinal, o(a) professor(a) também é um ser sociopolítico, um cidadão, com existência e conjecturas como tal.

A partir das respostas do questionário, o momento interativo sobre álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental buscou discutir e refletir a respeito da formação inicial e continuada, das práticas das professoras e da álgebra com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, pontuando a importância do sinal de igualdade como equivalência, das sequências e padrões, destacando os elementos que compõem a aritmética generalizada e o pensamento funcional, os quais iremos evidenciar na próxima categoria.

4.3 Compreensão das professoras em relação ao pensamento algébrico

> O desafio maior, que fiquei pensando agora, que estou pensando o tempo todo, como construir o pensamento algébrico? Será que eu sei? Será que eu desenvolvi o meu? Pois é, isso que estou pensando, porque se eu não desenvolvi em mim, se eu não, eu não tenho é, se eu não sei que existe esse pensamento algébrico, como é que eu vou desenvolver em outro? Em outro e vai ser como? E eu tenho capacidade? Não, não quero pensar mais não, oh, tem que ter mais estudo. Ah, assim não, não quero isso mais não. Não, assim não, gente, já tem tanta coisa para desenvolver. **Professora P1 (**Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023).

O motivo de iniciar essa categoria com os questionamentos e reflexões da professora P1 sobre o pensamento algébrico é corroborar o quanto a professora refletiu desde o preenchimento do questionário, que ocorreu em janeiro, até a roda de conversa (momento de interação presencial) no final de abril. Entendemos que mobilizar ações e reflexões é um objetivo proposto nesta pesquisa. Assim, partindo de uma visão que pretende captar a totalidade, os questionamentos da professora P1 perpassam por sua trajetória na formação inicial e continuada, as reflexões em relação ao conhecimento, e nitidamente o cansaço, as demandas de trabalho que a sobrecarregam e exigem constantes estudos. A preocupação com a temática foi motivo de muitas reflexões sobre as práticas em sala de aula e o fazer pedagógico.

Nessa ótica, é possível considerar essas reflexões, em que a questão principal é: como garantir o “direito de aprendizagem” para os(as) estudantes se as professoras não tiveram formação adequada, não foram preparadas? É importante ressaltar que esse currículo imposto pela BNCC demonstra claramente a falta de preocupação com o aprendizado das crianças e jovens, ao se omitir em proporcionar formação continuada aos(às) professores(as). Em relação à estrutura curricular apresentada na BNCC, com seu claro caráter tecnicista, podemos analisá-la considerando as observações de Contreras (2002, p. 49), que, embora

> [...] a atual estrutura curricular, possua um esquema aparentemente simples entre os diferentes níveis de concretização e as diferentes facetas e elementos de decisão, é tão complexa na sua execução que os docentes se veem aguardando os esclarecimentos e diretrizes dos especialistas para saber o que fazer. A consequência desse fenômeno, [...] é que se invistam esforços naqueles aspectos de concepção que seriam os autenticamente fundamentais, ficando-se preso àqueles que são apenas formais e previamente regulamentados.

Tampouco se questionam os problemas fundamentais e políticos sobre a reforma e a autonomia educativa. Em nível de consciência, percebemos na professora P1 a preocupação com seu papel na formação dos(as) estudantes e o desespero ao constatar que tem mais uma demanda a ser realizada, pertinente ao seu trabalho como professora.

A percepção constatada é no sentido de que a pesquisa a colocou em movimento, ao se deparar com as questões pontuadas no questionário, examinando, mais uma vez, sua capacidade, conhecimentos e sua prática educativa. No excerto seguinte, a professora P1 continuou realizando seus questionamentos, pensando e refletindo, agora em relação ao conceito.

Professora P1: *aí, quando tem um número, reconhece número, já pode partir para reconhecer agora quantidade, ne? Evoluir no conceito, desenvolver outro, porque assim, eu acho que a maior dificuldade assim, tratando dessa questão, quando a gente pegou o seu questionário para fazer, foi em ralação ao conceito, porque eu parei no conceito. Porque que conceito eu estou conseguindo trabalhar? Isso é muito complexo, desafiador, assim no pedagógico, dá até dor.*   (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Diante desses questionamentos, entendemos ser pertinente expor a diferença entre conhecimentos conceituais e conhecimentos procedimentais. Na contribuição de Fayol (2012, p. 82), o primeiro diz respeito aos conhecimentos gerais e abstratos dos princípios fundamentais e de suas interrelações relativas a um domínio. Já o segundo direciona para operações associadas a condições de aplicação, objetivando alcançar determinados objetivos. Para o autor, os procedimentais

> - podem, até certo ponto, ser automatizados em função da prática;
> - mobilizar quantidade restrita de memória e atenção;
> - sua eficácia tem por contrapartida sua rigidez, sua relação específica com um tipo preciso de problema;
> - sua dificuldade de verbalização.

Ao trabalhar o número como código, no princípio da contagem, essa representação pressupõe um conceito, relacionado à quantidade e a toda estrutura que o constitui. Segundo o autor, em relação à contagem, as pesquisas são favoráveis à prática procedimental, ao verificar que as crianças contam de maneira hábil, sem compreensão dos princípios e nem mesmo dos objetivos da contagem. Fayol (2012, p. 22) esclarece que os diversos elementos do código "[...] devem estar organizados de maneira a poder ser postos em correspondência com os aumentos e diminuições de quantidades", isto em relação à introdução ao princípio da contagem, com quantidades menores.

Assim, os códigos possuem uma organização lógica subjacente, invariante em sua estrutura em relação às restrições de classes e ordens. "Esses códigos, no entanto, variam quanto à forma, tornando mais ou menos fáceis certos processamentos" (Fayol, 2012, p. 22), podendo ser considerados como "ferramentas cognitivas".

Para este autor, a aprendizagem e a utilização dos sistemas e das práticas numéricas estão associadas a cada cultura, podendo ser promovidas em um contexto escolar. Ele exemplifica que essa manifestação, para além do código verbal (os nomes dos números), o código de sinais utilizado pelos surdos e o código indo-arábico (1, 2, 3, ...) estão diretamente associados aos conceitos numéricos que lhes correspondem. Em complemento, tendo como ponto a fala da professora P1, podemos inferir que o ensino está voltado à memorização, e a apropriação de conceitos é relegada a segundo plano, priorizando os conhecimentos procedimentais direcionados a treinos, técnicas e algoritmos. A professora P1 conclui que trabalhar pedagogicamente, priorizando os conceitos, é complexo e desafiador.

A seguir, apresentamos os episódios nos quais foram desenvolvidas as tarefas, visando à promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Episódio I: Ponto por Ponto - iniciando a costura

A primeira tarefa proposta ocorreu no primeiro momento interativo, realizado em formato presencial, com a indicação de realização de uma tarefa impressa. A sua organização ocorreu na seguinte ordem:

a) Socialização da história "ponto por ponto, costura pronta" (Lúcia Pimentel Góes), utilizando o projetor multimídia. A história em vídeo está disponível no endereço eletrônico: https://youtu.be/Qk1pV-cgYvI
b) Apresentação da história sequencialmente em forma de um "pergaminho"
c) Questionamentos em relação à história e sua ligação com a álgebra ou pensamento algébrico
d) Distribuição do material impresso contendo as tarefas
e) Tempo destinado à realização da tarefa
f) Mediação em relação à resolução

A história apresenta o processo de construção da blusa de uma boneca de pano chamada Gerusa. A autora mostra a agulha, a fazenda onde é produzido o algodão, o agricultor que cuida da planta que se transforma em tecido, entre outros. Denominada pela autora de 'lenga-lenga divertida', a história revela os instrumentos, os movimentos e o trabalho essenciais para que a blusa da Gerusa fique pronta. Após a apresentação da história nos dois formatos, houve diálogo com as professoras, o qual podemos verificar nos excertos a seguir.

Pesquisadora: *então vimos o vídeo, agora eu trouxe para vocês como se fosse mesmo um pergaminho para gente ver a história.* [A professora P1 ajuda a desenrolar na outra ponta]. *Então pergunta-se: o que a história tem a ver com a álgebra? O que que vocês acham?*
Professora P3: *é uma sequência. Na sequência da historinha, a história tem uma sequência que vai colocando mais elementos.*
Professora P2: *tem que ter uma base para dar continuidade. Tem que ter lá uma base pra dar continuidade.*
Pesquisadora: *então você fala que isso aqui é uma sequência que vai acrescentando elementos a mais?*
Professora P1: *sim e os outros permanecem.*
Professora P3: *a sequência de quando começou plantou o algodão, depois foi colher, depois foi colher, foi trabalhado, tudo uma sequência.*
Pesquisadora: *vocês viveram isso na vida de vocês? Vocês tiveram oportunidade na vivência de vocês? Vocês já viram roda de fiar, carda, tear?*

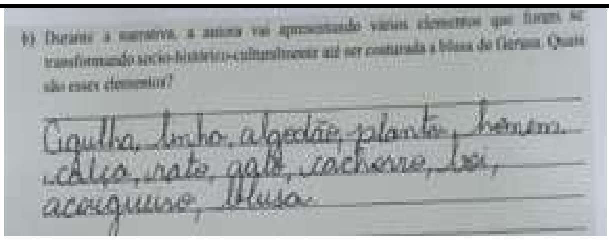
Professora P5: *Eu já vi. Eu já tentei naquela roda, fazer linha, fazer os fios. Eu consegui, mas não é muito fácil não.*
Professora P3: *eu conseguia fazer no fuso, eu conseguia, a minha vó me ensinou.*
Professora P3: *hoje é uma produção em altas escalas mesmo, não tem e o material também é muito, se a gente quiser 100 % algodão, você vai pagar o quê? Muito mais.*
Professora P1: *mas até para gente que trabalha o conteúdo, você vai vendo a diferença do texto, eles trabalham a separação, dividido, em algum momento eles vão colocar a relação do campo-cidade, mas a princípio você vê o campo, depois você vê cidade. Você vê cidade, você vê campo. Essa alternância. Depois tem a proposta como um depende do outro, aqui você vê a dimensão do homem, da cidade. Da cidade você chega lá no açougueiro, mas até para trabalhar o conteúdo ele é visto de forma fragmentada. O homem não aparece no trabalho, o trabalho parece uma coisa assim meio, no mundo das ideias. E quando trabalha com crianças, trabalha uma coisa, eu trabalhei com um trabalho, uma proposta de trabalho com a Educação Infantil, e eu lembro até hoje, de uma criança falar assim: "meu pai, ele trabalha no master bug". Eu fiquei assim pensando aqui assim, como que ele, ele mesmo depois vai desenvolvendo o raciocínio, o que que é trabalho e ele falando que estavam fazendo um trabalho também, né. Eles também têm essa ideia de trabalho.*

(Excertos do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

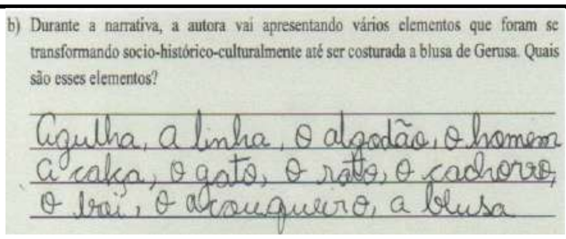
Foram vários apontamentos em que percebemos que a álgebra está presente nas histórias, na música, nos gestos, na vida cotidiana, que vai se transformando sócio-histórico-culturalmente. As professoras demonstraram que conseguem realizar a ligação de saberes. Para a realização da tarefa, que continha várias questões, foram disponibilizados lápis de escrever, lápis de cor, canetinhas, borracha e caneta. A história, em forma de pergaminho, foi colocada no chão para que as professoras pudessem verificar todos os elementos constituintes da história. A figura 16[17] ilustra os elementos sequenciais (agulha, linha, algodão, planta, homem, calça, rato, gato, cão, boi, açougueiro, blusa), realizados pelas professoras P4 e P5. A sequência é composta por 12 elementos, em que, a cada página da história, um novo elemento é acrescentado aos anteriores.

[17] Descrição da figura 16: A imagem apresenta resposta escrita em lápis das professoras P4 e P5 em relação aos elementos apresentados na história ponto por ponto-costura pronta.

Figura 16 – Questão dos elementos em sequência



P4



P5

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

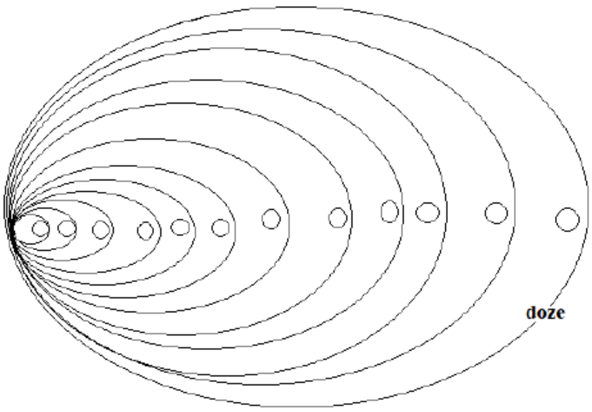
Esses elementos podem representar números ordenados em inclusão hierárquica. Considerando a construção do número, Kamii (1990, p. 21) pontua que a relação de inclusão hierárquica significa incluir mentalmente um em dois, dois em três, três em quatro, etc. A autora explica que, embora seja necessário "[...] ordenar os objetos para assegurar-se de que nenhum foi saltado ou contado mais de uma vez, a ordem específica se torna irrelevante depois que o objeto já foi contado."

A ordem em que os elementos de um conjunto são enumerados não afeta o resultado da contagem. A figura 17[18] contempla a relação de ordem e inclusão hierárquica. Ao se pensar, porém, em uma sequência em que existe a relação de elemento posição, há que prestar atenção, pois não é uma contagem aleatória. Trata-se de uma relação em que há um contexto estabelecido. Assim, as professoras poderiam construir sequências, estabelecendo um padrão/regularidade, tendo um núcleo de repetição.

[18] Descrição da figura 17. A imagem é uma série de elipses concêntricas, cada uma contendo um círculo no centro. As elipses estão numeradas de 1 a 12. Acima das elipses, há uma lista de palavras relacionadas aos seus números. As palavras são: "agulha, linha, algodão, planta, homem, calça, gato, rato, cão, boi, açougueiro e blusa".

Figura 17 - Relação de ordem e inclusão hierárquica

Agulha	linha	algodão	planta	homem	calça	gato	Rato	cão	boi	açougueiro	blusa
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

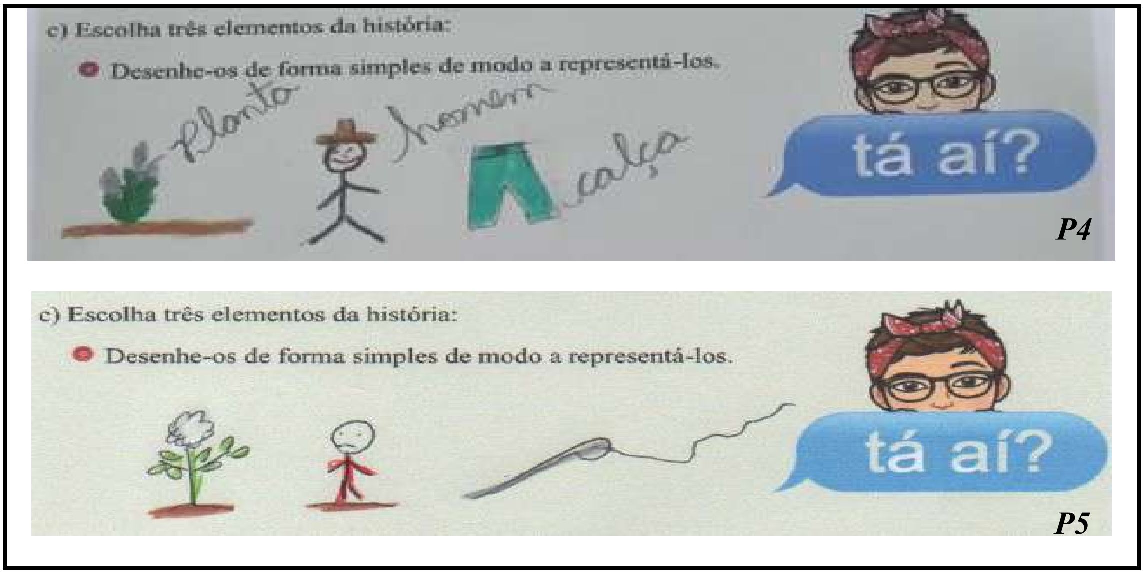


Fonte: Adaptado de Kamii (1990, p. 21)

Na continuação da tarefa, diante da sequência dos 12 elementos, a escolha de três elementos se fez necessária, com sua representação pictórica (desenho) e simbólica (letra), e questões de descoberta da posição em relação ao elemento. Esses processos vão se expandindo na compreensão do caráter algébrico da tarefa. A proposição de três elementos deve-se à melhor compreensão do caráter funcional intrínseco. Orientamos as professoras a escolherem três elementos dos 12 para construir outra sequência de três elementos e representá-la pictoricamente. A Figura 18[19] representa essas construções das professoras P4 e P5, que construíram sequências diferentes.

[19] Descrição da figura 18: A imagem está orientada na horizontal e mostra respostas de representações pictóricas de sequências diferentes das professoras P4 e P5. A figura da P4 contém três desenhos simples: desenho de uma planta, de uma pessoa com chapéu, de uma calça. Cada desenho tem uma palavra escrita: "planta, homem e calça". Abaixo, estão os desenhos da professora P5, o desenho de uma planta, de um homem e uma agulha de costura com linha.

Figura 18 – Questão desenho de três elementos



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Os 12 elementos (Figura 17) estão dispostos em uma relação ordenada de contagem, constituindo uma estrutura de ordem e inclusão hierárquica. Analisando as duas sequências das professoras (P4 e P5) e considerando o princípio da contagem, desde que os elementos da história fossem contados sem saltar ou repetir, a contagem resultaria em 12 elementos, ou seja, não importa que as novas sequências constituídas não estivessem na mesma ordem numérica da anterior, desde que não fossem contados novamente.

P4:	PLANTA,	HOMEM,	CALÇA	**P5:** PLANTA,	HOMEM,	AGULHA
	4	5	6	4	5	1

As sequências pensadas pelas professoras (PLANTA, HOMEM, CALÇA) e (PLANTA, HOMEM, AGULHA), portanto, estão dentro dessa lógica. Esses elementos se constituem em uma outra sequência repetitiva a qual, à medida que vai se repetindo, se torna uma sequência numérica crescente. Nesse contexto, porém, podemos pontuar o caráter de qual elemento apareceu primeiro na história e foi dando sequência aos posteriores para atingir um objetivo.

P4:	PLANTA,	HOMEM,	CALÇA	**P5:** PLANTA,	HOMEM,	AGULHA
	1	2	3	1	2	3

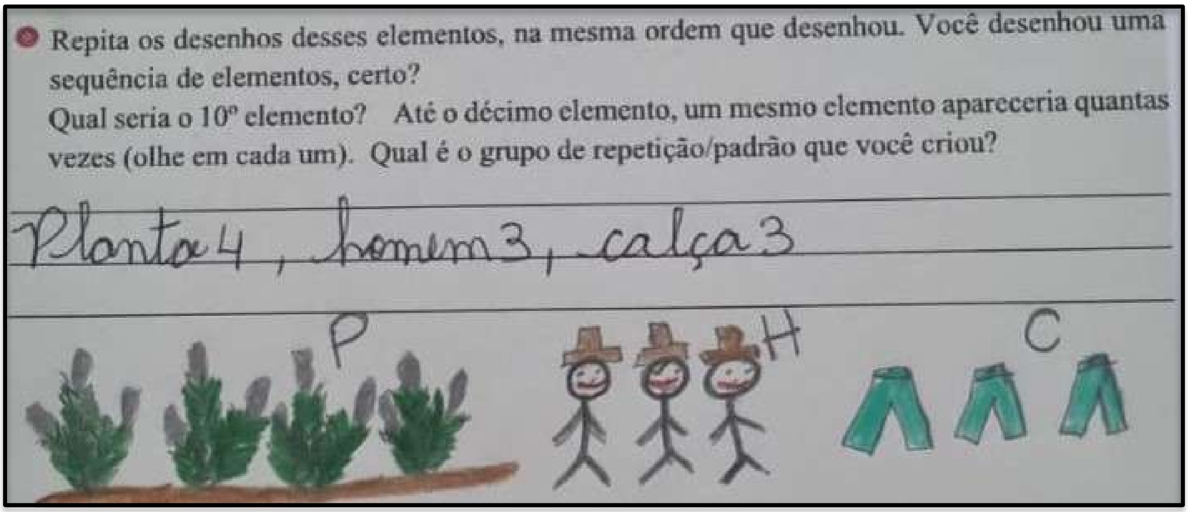
Salientamos que diferentes sequências poderiam ser construídas, tendo como ponto de partida os três elementos. As sequências construídas pelas professoras resultaram em uma regularidade que se repetia de três em três. As duas sequências das professoras podem ser representadas em uma estrutura de conjuntos. Os conjuntos diferentes, que têm elementos em comum, como PLANTA e HOMEM, configuram a interseção desses dois conjuntos das professoras P4 e P5.

As dificuldades surgiram na compreensão de que a sequência tinha um núcleo de repetição e que, à medida que se repetia, uma sequência numérica se constituía. Elas podem ser visualizadas diante da questão proposta e sua resolução (Figura 19) e no diálogo seguinte.

Professora P5: *nossa, não vou fazer isso não, tá difícil.*
Professora P3: *eu coloquei rato, gato e a calça.*
Pesquisadora: *Então você escolheu esses três elementos, daí a sequência vai repetir esse padrão, o núcleo, então, rato, gato, calça, rato, gato, calça. Então já tem quantas posições aqui?*
Professora P3: seis
Pesquisadora: *isso não vai repetir? Qual seria o próximo elemento da sequência?*
Professora P3: *o rato.*
Pesquisadora: *depois, o gato e a calça, certo? Você viu, quantos elementos tem aqui?*
Professora P3: *seis*
Pesquisadora: *então quais os próximos elementos?*
Professora P3: *o rato, o gato e a calça.*
Pesquisadora: *rato, gato, calça se fosse continuar rato, gato, calça, rato, gato. Olha 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e vai continuando, certo? Daí você repete de novo.*
Professora P3: *Tá faltando a calça aí, é nove, vai três, três, três.*
Pesquisadora: *você tem que saber qual elemento vai ocupar a 10º posição. Vai ser a calça? Qual será? Você escolheu três elementos, então a sua sequência vai ser só estes três elementos que vão sempre se repetindo. O rato, o gato e a calça. Esse rato ocupa a primeira posição. Depois o gato e a calça. Você repetindo, aí você consegue descobrir que elementos ocupam determinada posição sem fazer o desenho?*
Professora P3: *Não dá, não. Mas pode desenhar para descobrir?*
Pesquisadora: *pode, mas vamos pensar, você conseguiria descobrir sem desenhar?*
Professora P4: *professora P2 me explica? Não entendi, não.*
Professora P2: [explicando para a colega]. *É assim, oh, aí você pega esses mesmos elementos, olha aqui 1º, 2º e 3º, 4º, 5º, 6º se eu for contar duas vezes, 6º, 7º, 1, 2, 3 na ordem né. 1º, 2º e 3º, 4º, 5, 6º cada um vai aparecer duas vezes, certo? 7º, 8º e 9º cada um vai aparecer três vezes, ela quer saber do 10º. Então você vai ver aqui, que um elemento vai aparecer 4 vezes e os outros vão aparecer 3 vezes. Você pega e desenha aqui, porque ela quer saber qual elemento vai aparecer 4 vezes, você vai desenhar os grupinhos dele, desenha agrupado.*
Professora P4: *Então tenho que desenhar a planta 4 vezes, o homem 3 vezes e a calça 3 vezes.*
Professora P2: *eu entendi assim.*
Professora P4: *homem, 3 vezes, calça 3 vezes e planta 4 vezes.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Figura 19[20] – Questão da representação pictórica da professora P4



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A professora P2 sugeriu à professora P4 que *"[...] homem, 3 vezes, calça 3 vezes e planta 4 vezes*" na realização da questão. Vale *et al.* (2011) acreditam que reconhecer e utilizar padrões para desenvolver a compreensão do número, apoiados na conservação, nas contagens, composição e decomposição, é muito importante e que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, deve ser ensinado e fomentado. Nessa sequência da professora P4, em que o padrão ocorre de 3 em 3 (P, H, C), o número 10 pode ser visto como um conjunto de 4 elementos e dois conjuntos distintos de 3 elementos.

Ao visualizarmos a representação da professora P4, sugerimos outras representações em expressão numérica ou algébrica.

Pesquisadora: *Você já repetiu, você separou em conjuntos. Quantos elementos em 10, quantos que vai ter cada um. Você fez um agrupamento, e em 10, você ficou com 2 grupos de 3 elementos e um grupo com 4 elementos. Se você quiser aqui escrever uma expressão, você poderia, numérica ou algébrica.*
Professora P4: *Agora vou pintar pra ficar bonitinho.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Assim, de acordo com os agrupamentos, expressões poderiam ser construídas de acordo com as operações. Dessa forma, são apresentadas algumas possibilidades.

[20] Descrição da figura 19: A imagem mostra resposta da professora P4 acerca de uma questão que pede para repetir os desenhos de certos elementos, na mesma ordem que aparecem, até o décimo elemento. Os elementos desenhados são: - Três homens com chapéus desenhados como bonecos de palito, com rostos sorridentes.
- Quatro árvores, desenhadas com troncos marrons e copas verdes. Abaixo dos desenhos, há uma linha escrita à mão que diz: "Planta 4, homem 3, calça 2".

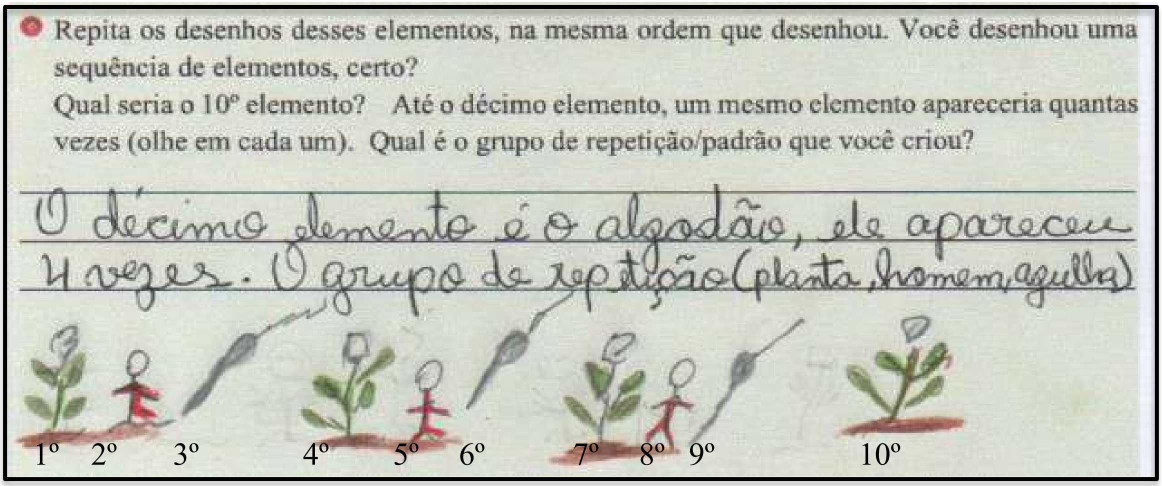
a) $(2 + 2) + 3 + 3$
b) $2^2 + (2+1) + (2+1)$
c) $(2 \times 2) + (2+1) + (1+1+1)$
d) $4 + (1+2) + 3$
e) $10 = P + H + C$

Van de Walle (2009) pontua que letras são usadas como quantidades que variam, símbolos ou variáveis diferentes em uma única expressão. As variáveis podem ter valores diferentes ou iguais, dependendo do contexto. Então, em ($10 = 2P + H + C$), no qual o contexto é apresentado à solução, considerando os números naturais, temos: ($P = 2$) e ($H = C = 3$). O autor assinala que muitos estudantes acreditam que, na existência de variáveis diferentes, seus valores devem ser diferentes. Isso não é o caso; depende das possibilidades e do contexto.

O autor acrescenta que "[...] nas séries iniciais, o uso de duas ou até três letras é um precursor das variáveis usadas para descrever funções, tais como em ($y = 3x – 5$). Também é uma boa oportunidade para continuar a explorar e generalizar sobre números e operações" (Van de Walle, 2009, p. 291). Radford (2006) argumenta que é o indeterminismo, oposto à determinação numérica, que possibilita, por exemplo, substituir uma variável ou objeto desconhecido por outro; no entanto, não faz sentido substituir "3" por "3", mas pode fazer sentido a substituição de um desconhecido por outro sob certas condições.

Nas propostas de tarefas em que as letras variam (variáveis), o contexto se torna um grande aliado. Carraher e Schliemann (2007) reforçam que preocupações com contextos são cruciais, uma vez que estudantes, especialmente as crianças, aprendem Matemática por meio de raciocínio em vários tipos de situações e atividades. A Figura 20 representa a questão da professora P5; os elementos estão dispostos sucessivamente conforme o padrão de repetição.

Figura 20[21] – Questão de representação pictórica da professora P5



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A professora P5, ao responder que o décimo elemento era o algodão, na verdade a planta, porque "[...] ele apareceu 4 vezes", pode-se inferir a compreensão do conceito de múltiplos, pois o padrão de repetição ocorre de 3 em 3. Perceber o caráter algébrico na resolução das professoras e, consequentemente, dos(as) estudantes é um trabalho que exige um olhar atento e treinado, muito estudo, pesquisa, formação, troca de experiências, além da consciência de que muitos fatos passarão despercebidos e de conhecer as estruturas nas quais estão fundamentados os conteúdos. Isso não ocorre instantaneamente, de imediato; exige experiência em sala de aula, com observação e mediação constantes.

A utilização de padrões em sequências incentiva a conexão entre os números, evidencia o caráter algébrico e possibilita diferentes formas de representação. Nas considerações de Van de Walle (2009, p. 51), "[...] um modelo para um conceito matemático se refere a qualquer objeto, figura ou desenho que represente o conceito ou sobre o qual a relação para aquele conceito possa ser imposta". Continua asseverando que seria errôneo afirmar que o modelo ilustra um conceito, em que ilustrar implica mostrar, e "[...] tecnicamente, tudo o que você vê, de fato, com seus olhos são os objetos físicos; apenas a mente pode impor a relação matemática sobre os objetos."

---

[21] Descrição da figura 20: Na imagem, pede-se para repetir os desenhos de elementos em uma sequência. A pergunta é: "Repita os desenhos desses elementos na sequência de elementos, certo? Qual seria o 10º elemento? Até o décimo vezes (olhe em cada um). Qual é o grupo?"
Abaixo da pergunta, há uma sequência de desenhos que parece ser repetitiva. Os desenhos incluem figuras de pessoas e árvores. A sequência é numerada de 1 a 6 e os desenhos são:
1. Pessoa 2. Árvore 3. Pessoa 4. Árvore 5. Pessoa 6. Árvore. Abaixo da sequência, há uma resposta escrita à mão que diz: "O décimo elemento é a árvore. O grupo de 10 vezes".

A questão seguinte, em que deveriam encontrar o elemento que ocuparia a 21ª posição, de acordo com a sequência construída por cada uma, foi desafiadora. As professoras pontuaram que seria muito difícil encontrar sem que desenhassem ou contassem.

Pesquisadora: *Conseguiram descobrir a 21ª posição sem desenhar, sem usar o pictórico, a posição 700, quem ocupa, como eu faço? Vocês descobriram uma maneira?*

Professora P1: *eu me sentindo assim analfabeto. Tenho vontade de fazer Matemática pra aprender.*

Pesquisadora: *não sinta, isso aqui não é pra avaliar ninguém e nem para desmotivar ninguém. Estamos no mesmo barco, aprendendo, descobrindo juntas.*

Professora P1: *acabou, né gente.*

Pesquisadora: *acabou? Acho que programei muita coisa pra hoje. Pessoal, a gestora já pediu pra gente encerrar. Vocês acharam válido, podemos continuar? Viram o tanto de estratégias de resolução nós utilizamos, a gente usou de desenho, de simbologia, a gente usou a linguagem natural, a escrita, e agora a gente vai pensando, nessa posição desses elementos que vocês escolheram, sem precisar desenhar, se eu falasse assim, qual que é a posição 50, que elemento representaria essa posição?*

Professora P1: *50, espera.*

Pesquisadora: *vocês continuem pensando. Cada uma vai encontrar uma maneira de resolver, tem pessoas que inicialmente conseguem utilizando o desenho, não tem problema, problema nenhum, aqui não tem somente um jeito de resolver.*

Professora P4: *vou responder o meu, como a mente está muito estafada, há muito tempo, eu usei o desenho.*

Pesquisadora: *Assim, é só a gente não usar o desenho pejorativamente, porque as pessoas falam assim: "precisa desenhar"?*

Professora P1: *quando eu crescer, eu quero ser a P gente.*

Pesquisadora: *vamos pensar, como vocês resolveriam de outras formas. Vamos fazer gente, me ajudem na pesquisa, mesmo com tantos afazeres, estou contando com vocês.*

Professora P1: *negócio é escrever.*

Professora P4: *oh, P, você tem que arrumar trem de marcar x. Tem muita coisa de escrever.*

Pesquisadora*:* *eu tenho um teste aqui que a álgebra foi utilizada na seleção de emprego. Gente, a álgebra é usada em seleção de emprego. Eu tenho um teste que a minha sobrinha fez, usando a álgebra.*

Professora P4: *(falando do avatar).* Neide você acertou no cabelo, mas não no vestido. Eu não sei me comportar usando vestido.

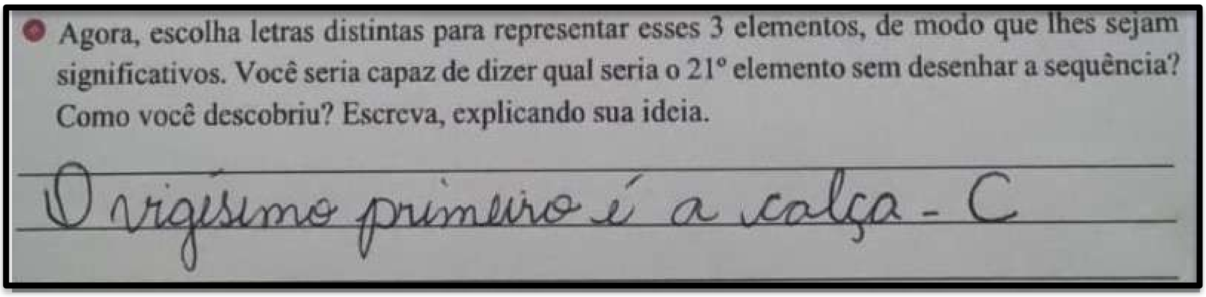
Pesquisadora: *olha aí, outro padrão, tem um manual de comportamento para quando se usa vestido? Olha a sociedade patriarcal. Vamos combinar para o próximo encontro?*

Professora P1: *vamos combinar.*

(Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizada no dia 29/04/2023)

Percebemos, no diálogo, que as professoras apresentaram dificuldades na representação em linguagem natural (escrita), como em *"[...] negócio é escrever*" ou "[...] *você* *tem que arrumar trem de marcar x. Tem muita coisa de escrever*". As concepções de ensino estão ligadas a competências e habilidades, podendo se relacionar ao fato de serem constantemente avaliadas, e os mecanismos de avaliação são pautados em testes que não dão oportunidade para o estudante se expressar (avaliações censitárias). De alguma forma, porém, há uma "quantificação" do aprendizado, mesmo que marcando aleatoriamente, sem entender o que está acontecendo. Assim, a questão da professora P4, representada na Figura 21, foi resolvida com a utilização de representação pictórica: *"[...] como a mente está muito estafada, há muito tempo, eu usei o desenho"*. Sendo assim, várias são as formas de representação, que evoluem à medida que se compreendem.

Figura 21[22] – Questão da professora P4 do 21º elemento


Agora, escolha letras distintas para representar esses 3 elementos, de modo que lhes sejam significativos. Você seria capaz de dizer qual seria o 21º elemento sem desenhar a sequência? Como você descobriu? Escreva, explicando sua ideia.

O vigésimo primeiro é a calça - C

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Ressaltamos que, assim como a pesquisadora, as participantes da pesquisa não têm experiência com aspectos interligados do pensamento algébrico; o desafio foi mutuamente vivido pelas partes. Nessa primeira tarefa, que contempla várias questões, as professoras foram desafiadas a construir uma sequência tendo como referência uma história. Nos diálogos e na realização das questões de padrões de repetição, houve a identificação do grupo/núcleo de repetição; as professoras representaram a sequência em desenho e utilizaram símbolos. Para Camargo *et al.* (2018, p. 33), as sequências "[...] não só permitem a reflexão sobre os diferentes pontos de vista e estratégias de resolução, durante a socialização dos desenhos, como também desenvolvem a noção espacial, a proporcionalidade e a ação criadora exigida durante o processo". O método de contagem envolveu a continuação do padrão e a contagem até a ordem desejada. Embora não conjecturem uma formalização de generalização, nem mesmo natural, existem mecanismos de representação que possibilitam abstrair algumas relações matemáticas.

[22] Descrição da figura 21: A imagem apresenta uma resposta da professora P4. Na figura, há uma pergunta e uma resposta escrita à mão. A pergunta é: "Agora, escolha letras distintas para representar esses três elementos. Você seria capaz de dizer qual seria o 21º? Como você descobriu? Escreva explicando sua ideia." A resposta escrita à mão é: "O vigésimo primeiro é a calça – C."

Episódio II: O varal de blusas da Gerusa - desenvolvendo uma tarefa de sequência

Esta tarefa ocorreu no formato remoto pelo *Google Meet*, com a utilização da mesa digitalizadora. Houve a participação das professoras para a sua resolução, cada uma contribuindo e dando ideias para a resolução. Na abordagem, buscamos verificar regularidades/padrões nas sequências que partem de quantidades específicas para construir generalizações matemáticas, com foco no desenvolvimento do pensamento funcional. A tarefa é composta por seis questões, conforme mostrado na Figura 22.

Figura 22[23] - Varal de blusas da Gerusa

a) O que a sequência de números nas blusas vermelhas tem em comum? Escreva a sequência das blusas vermelhas. O que você descobriu?
b) Entre o 2 e o 13, que sequência de números ocupam as blusas verdes? O que você percebeu?
c) Escreva as sequências de números das blusas azuis. Como os números estão organizados?
d) Se analisou bem as três questões anteriores, você saberá dizer a cor da blusa que o número 37 ocupará, certo? Como você descobriu?
e) E a cor da camiseta que o número 51 ocupará? Pode dizer como descobriu?
f) Descreva com suas palavras como fazer para descobrir a cor de blusa para qualquer número? Conseguiria apresentar lei(s) de formação para as quatro sequências?

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Direcionamos o objetivo da tarefa para o desenvolvimento do pensamento funcional, que permite relacionar qualquer termo com a respectiva ordem e fornece imediatamente uma

[23] Descrição da figura 22: A imagem mostra uma tarefa escolar com um varal de blusas numeradas de 0 a 13. As blusas estão penduradas em uma corda e são de três cores diferentes: vermelha, verde e azul. Aqui estão as sequências das blusas de acordo com suas cores e números: Blusas vermelhas: 0, 3, 6, 9, 12. Blusas verdes: 1, 4, 7, 10, 13. Blusas azuis: 2, 5, 8, 11. A tarefa pede para observar as blusas e responder algumas perguntas sobre a sequência dos números e cores.

descrição sobre o modo de conhecer qualquer termo da sequência. Para Radford (2006, p. 9), generalizar um padrão algébrico

> [...] baseia-se na capacidade de apreender uma semelhança observada em alguns elementos de uma sequência S, sabendo que essa semelhança se aplica a todos os termos de S e sendo capaz de usá-la para fornecer uma expressão direta de qualquer termo de S. [...] A expressão direta dos termos requer a elaboração de uma regra – mais precisamente um esquema.

Van de Walle (2009) considera que os padrões/sequências consistem em uma série de passos separados, com cada novo passo relacionado ao anterior, de acordo com uma regra. Os padrões crescentes evidenciam o conceito de função e podem ser usados para essa importante ideia matemática. A construção de uma regra que determine o número de elementos em um passo a partir do número de passos exemplifica uma relação funcional. O autor salienta que não existe um único melhor método para determinar essa relação entre o elemento e a posição do elemento na sequência.

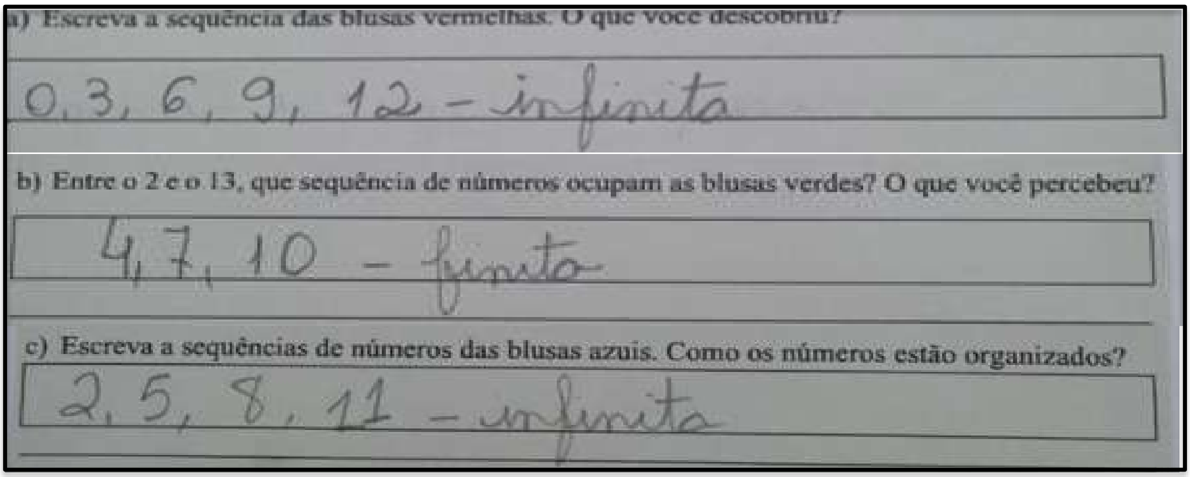
Como afirmam Carraher *et al.* (2006) e Carraher e Schliemann (2007), as próprias operações aritméticas podem ser concebidas como funções. As operações de adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser tratadas desde o início como funções. "Uma função é um operador ou operação" (Carraher, 2006, p. 88). Salientam que o conteúdo existente precisa ser sutilmente transformado para revelar seu caráter algébrico. Feitas essas considerações, direcionamos a tarefa do varal das blusas de Gerusa, desenvolvida com as professoras. Essa tarefa foi distribuída em material impresso no primeiro momento de interação presencial.

O momento em que foi desenvolvida essa tarefa ocorreu de forma remota, pelo Google Meet, com a mesa digitalizadora utilizada como ferramenta. Esse momento de interação foi gravado. Na sequência apresentada às professoras, elas resolveram inicialmente as três primeiras questões, sem dificuldades, com respostas iguais. Por conseguinte, refletimos sobre a resposta da professora P4, representada na Figura 23[24].

---

[24] Descrição da figura 23: A imagem mostra respostas da professora P4 às questões das sequências das cores das blusas vermelha, verde e azul. As respostas escritas à mão são: a) Entre 0 e 2,5: 2,5, 8, 11 – finita. b) Entre 0,2 e 0,3: 0,3, 6, 9, 12 – infinita. c) Entre 0,2 e 0,3: 4, 7, 10 – finita.

Figura 23 - Respostas da professora P4



a) Escreva a sequência das blusas vermelhas. O que você descobriu?

0, 3, 6, 9, 12 - infinita

b) Entre o 2 e o 13, que sequência de números ocupam as blusas verdes? O que você percebeu?

4, 7, 10 - finita

c) Escreva a sequências de números das blusas azuis. Como os números estão organizados?

2, 5, 8, 11 - infinita

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na questão b, como a sequência foi delimitada entre os números dois e treze, sendo que treze representa a cor verde, a professora não o incluiu, desconsiderando a relação de menor ou igual. Ponte, Branco e Matos (2009) consideram que essa relação merece atenção, já que, posteriormente, será fundamental para o estudo das inequações e das relações de conjuntos. Eles realizam algumas considerações sobre essa relação, assim como a relação de menor não é transitiva e não é simétrica ($5 \leq 7$, mas não temos $7 \leq 5$). Ao contrário da relação de menor, a relação de menor ou igual, no entanto, é reflexiva (para todo número x, temos que $x \leq x$).

Na continuidade das questões, propomos encontrar a cor da blusa nas posições 37 e 51 e generalizar para uma posição qualquer, propondo uma lei de formação. As professoras apresentaram dificuldades para relacionar a cor da blusa em função da posição ocupada na sequência. Enquanto a sequência geral era acrescida em um (todo), as cores aumentavam em três (partes), relacionando as cores com a respectiva posição.

Pesquisadora: *aí a sequência nada mais é do que os números em posição, então olha aqui para você ver, então essa nossa sequência aqui, começa no zero e vai infinitamente, certo? Então essa sequência aqui vai continuar sempre aumentando de 1 em 1 e sempre alternando essas três cores vermelho, verde, azul. E vai continuando vermelho, verde e azul, qual que a repetição nossa? Não são essas três cores?*
Professora P4: *sim*
Pesquisadora: *de 3 em 3, vermelho, verde e azul e vai repetir de novo, vermelho, verde e azul, mas o número não vai parar, o número vai continuar. Aqui vermelho, verde 12, 13.*
Professora P5: *azul*
Pesquisadora: *qual posição que ele vai ocupar?*
Professora P5: *14*
Pesquisadora: *14. Daí você vai continuar de novo, qual é o próximo na nossa sequência de três cores, vermelho, verde e azul, estou aqui no azul.*

Professora P4: *agora vai ser vermelho.*
Pesquisadora: *vermelho, que posição que ele vai ocupar?*
Professora P4: *15*
Pesquisadora: *15, o número não vai repetir, só as cores. Depois do vermelho vem qual?*
Professora P5: *o verde*
Pesquisadora: *que posição que esse verde aqui vai ocupar?*
Professora P5: *o azul? 17.*
(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

No diálogo seguinte, percebemos indício de desenvolvimento do pensamento funcional no caminho para encontrar a lei de formação no sentido de que a posição de uma blusa seria múltiplo de três, caso contrário seriam as duas outras cores. Assim, esse processo de entendimento é continuado no diálogo a seguir.

Pesquisadora: *então se a gente olhar essa sequência aqui como um todo, o que a gente vai perceber nessa sequência: 0, 1, 2, 3, 4, ... o que que está acontecendo?*
Professora P3: *é uma sequência numérica.*
Pesquisadora: *uma sequência numérica e de quanto em quanto que ela está indo?*
P_4: *de 1 em 1.*
Pesquisadora: *de 1 em 1, não é? E depois se eu pegar então as partes.*
Professora *P4:* *se for* analisar as cores é de 1 em 1, *mas se for analisar só as cores, não. Se for analisar por cores, não é de 1 em 1.*
Pesquisadora: *vamos analisar, vamos lá então, vamos pegar a sequência vermelha, o que vocês podem me falar dessa sequência vermelha?*
Professora P4: *ela é de 3 em 3, né. 0,3,6. A verde também é de 3 em 3.*
Professora P5: *e a azul?*
Professora P1: *de 3 em 3.*
Pesquisadora: *depois vocês analisaram a sequência do verde, e a sequência do azul também. Agora a gente vai partir daqui, olha "se você analisou bem as sequências anteriores, você saberá dizer a cor da blusa que o número 37 ocupará?" Certo?*
Professora P1: *vixe Maria.*
Pesquisadora: *vamos ver então, vamos pensar na estrutura. Aqui nós estamos em uma estrutura multiplicativa, no campo multiplicativo, pelo que vocês me falaram, multiplicativo e aditivo, não é? Vamos pensar como vocês vão descobrir qual é a cor? Se é a posição 37, qual será a cor dessa blusa?*
Professora P4: *tem que ir sabendo que número vai dar o 37 de acordo com a cor?*
Pesquisadora: s*im. Na posição 37º qual é a cor. Ela está indo aqui, tá vendo de 3 em 3, não é? Se a gente for pensar, qual é a operação inversa da multiplicação?*
Professora P1: *a divisão.*
Pesquisadora: *isso, pensam para vocês verem se vocês dividirem o que vai acontecer?*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

Então, como os números são múltiplos de três, as professoras começaram a dividir por três na busca de reconhecimento do padrão, analisando informações e aspectos matemáticos, bem como o comportamento desses números. Assim, foram realizadas as divisões, começando pela posição três. Durante as discussões sobre os resultados da divisão, as professoras direcionaram o olhar para os valores do quociente. No entanto, como era múltiplo, a atenção deveria estar voltada para o resto da divisão.

Para melhor visualização, na Figura 24, apresentamos, de forma simplificada, os algoritmos das operações de multiplicação e divisão.

Figura 24[25] - Algoritmo das operações

Multiplicação

$$\begin{array}{r} F_2 \\ \underline{\times\ F_1} \\ P \end{array}$$

$P = F_1 \times F_2$

Divisão

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

$D = dq + r$

$D > d,\ \ 0 \leq r < d$ e $b \neq 0$

Notações: F é chamado de fatores, e P, produto.
D é chamado dividendo, d é divisor, q é quociente, e r, resto.
Para todo $F_1, F_2, P, D, d, q, r \in N$

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

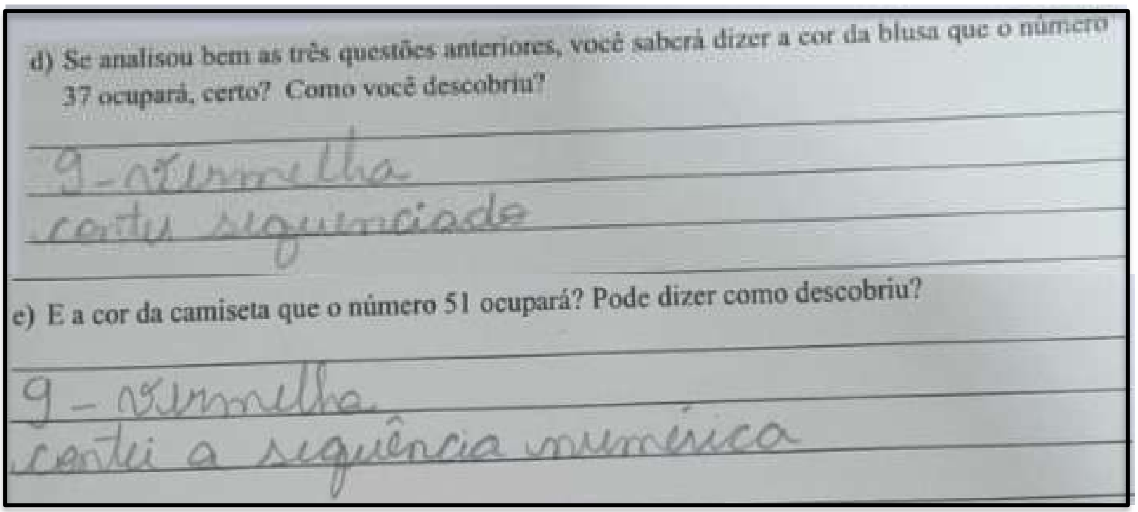
A Figura 25[26] mostra a atividade que a professora P4 realizou utilizando a estratégia de contagem e também que essa contagem foi equivocada para a letra d.

---

[25] Descrição da figura 24: A imagem mostra o algoritmo da multiplicação e divisão com seus termos. No centro da imagem, há um quadro com explicações sobre multiplicação e divisão. No lado esquerdo do quadro, está escrito "Multiplicação" e há uma fórmula: F1 x F2 = P, P = F1 x F2. No lado direito do quadro, está escrito "Divisão" e há uma fórmula: D / d = q D = dq + r. Abaixo dessas fórmulas, há uma seção intitulada "Notação", que explica os termos: F é chamado de fatores; P é produto; D é chamado de dividendo, d é divisor, q é quociente e r é resto. Para todo F1, F2, P, D, d, q, r pertencentes aos números naturais (N).

[26] Descrição da figura 25: A imagem mostra uma questão escrita e uma resposta manuscrita, ou seja, uma pergunta e uma resposta. A questão está no canto superior direito e diz: "Se analisou bem as três questões anteriores, você saberá dizer a cor da blusa que o 37 ocupa, certo? Como você descobriu?". A resposta manuscrita está escrita em duas linhas e diz: "9 – amarelo. Contei a sequência". Abaixo dessa resposta, há outra pergunta: "E a cor da camiseta que o número 51 ocupa? Pode dizer como descobriu?". A resposta manuscrita para essa pergunta "Contei a sequência numérica".

Figura 25 – Questão da professora P4


d) Se analisou bem as três questões anteriores, você saberá dizer a cor da blusa que o número 37 ocupará, certo? Como você descobriu?

9 - vermelha
contei sequenciado

e) E a cor da camiseta que o número 51 ocupará? Pode dizer como descobriu?

9 - vermelha
contei a sequência numérica

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Após várias discussões, as professoras conseguiram visualizar que os restos apresentavam um padrão, generalizando para todos os termos da sequência evidenciados no diálogo das participantes e entendendo que elas estavam realizando uma lei de formação de representação verbal.

Professora P4: *então toda sequência vermelha o resto vai dar zero, verde vai dar 1 e azul vai sobrar 2? É isso?*
Pesquisadora: *pronto, você generalizou.*
Professora P1: *é isso aí. Eu na verdade pensei de outro jeito, você foi fazendo múltiplo de 3, até assim, chegar no 36 e o 37 seria o verde.*
Pesquisadora: *É isso mesmo, é a mesma coisa. Você vê que não existe uma maneira certa de resolver, mas vocês concordam então, se o resto da divisão for zero dá sempre que cor?*
Professora P4: *vermelho*
Pesquisadora: *se for resto 1, vai ser que cor?*
Professoras P4, P5: *verde*
Pesquisadora: *e resto 2?*
Professoras P3, P4, P5: *azul*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

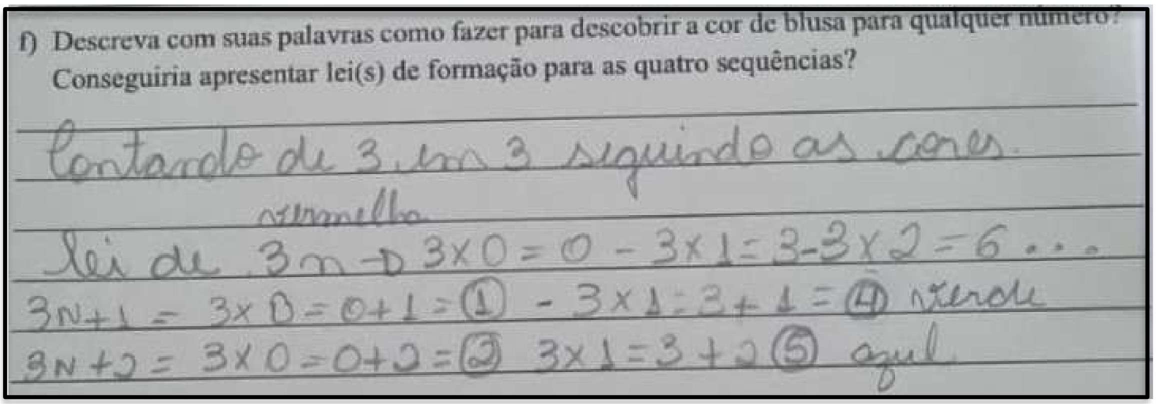
A última questão da atividade propôs encontrar a lei de formação para as sequências. A professora P4 teve dificuldades em relacionar a lei de formação das sequências. Isto é, "os processos de abstração e generalização são indissociáveis e complementares. Ao focalizar as características de um determinado objeto, algumas são observadas e outras, ignoradas; e esta é a base da abstração e da generalização" (Nacarato; Custódio, 2018, p. 22). A professora P5 manifestou que *"[...] eu estou tentando entender, estou acompanhando aqui, mas estou* *tentando entender. Entender que é sequência, eu entendi. Não consigo é acompanhar esse raciocínio aí".* A professora P1, porém, mostrou ter muitos conhecimentos matemáticos; de forma simplificada, podemos observar que os indícios apontam para atingir a analiticidade, estágio último no desenvolvimento do pensamento algébrico, como podemos observar no diálogo abaixo.

Pesquisadora: *Se eu colocar um mil e tantos e fizer a divisão por 3, você descobrirá a cor da camiseta, nessa sequência?* **Professora P1:** *não* **Professora P3:** *eu acho que sim.* **Professora P5:** *não sei, eu acho dá para saber.* **Pesquisadora:** *Aí, então vamos pensar. Eu posso falar isso. Isso é generalização, a gente trabalha com um caso particular e daí a gente vai colocando para qualquer número, nesse caso aqui, a gente vai saber a cor da camiseta. Ô, a camiseta que ocupa a posição 51, o que nós descobrimos que representa essa cor? Vermelha. Porque o resto é zero. Ou seja, é múltiplo de 3. Daí vocês podem escrever do jeito que vocês quiserem, como vocês descobriram. Cada uma vai formular sua resposta, o que descobriram, o que pensaram. Então, é por meio de um caso particular, você pode generalizar. E o que vocês descobriram sobre a estrutura dessa sequência, poderíamos formular uma lei de formação para cada sequência? Na letra f) "descreva com suas palavras como fazer para descobrir a cor de blusa para qualquer número? Você conseguiria apresentar uma lei de formação para as quatro sequências?* **Professora P1:** *é dá para formar, a vermelha é sempre múltiplo de 3, a verde que vem depois soma mais 1 e a azul diminui, subtraí menos 1, no múltiplo.* **Pesquisadora:** *você está falando que na sequência vermelha qual é uma lei que você falou que é. Amanda? É múltiplo de 3. Múltiplo de 3, então eu posso chamar, posso colocar a letra n para representar?* **Professora P1:** *é dividido por 3.* **Pesquisadora:** *então como podemos representar o múltiplo, é três vezes um número. Três vezes esse número, você colocar a simbologia que quiser, vamos colocar n, de número, então vamos colocar 3n. Vocês concordam comigo? Se utilizar essa lei de formação 3n, eu vou encontrar a sequência de números que representa essa sequência vermelha?* **Professora P_1:** *vai* **Pesquisadora:** *então vamos começar a multiplicar, 3x0, 3x1, não é isso, porque não é múltiplo de 3?* **Professora P1:** *sim* (Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

A partir do diálogo, realizamos a comprovação para validar as hipóteses que foram apontadas. A professora P4 descreve a lei de formação visualizada na Figura 26[27].

[27] Descrição da figura 26: A imagem mostra resposta a uma questão. A questão pede para descrever como fazer para descobrir a cor de blusa para qualquer número, apresentando leis de formação para as quatro sequências. A resposta escrita à mão está assim: 1. Contando de 3 em 3, seguindo as cores: 2. Lei de formação: 3. 3n + 1 = 3 x 0 + 1 = 1 (vermelho). 4. 3n + 2 = 3 x 1 + 2 = 5 (azul).

Figura 26 – Lei de formação da Professora P4


f) Descreva com suas palavras como fazer para descobrir a cor de blusa para qualquer número? Conseguiria apresentar lei(s) de formação para as quatro sequências?

Contando de 3 em 3 seguindo as cores.
vermelho
lei de 3n → 3x0 = 0 - 3x1 = 3 - 3x2 = 6 ...
3N+1 = 3x0 = 0+1 = 1 - 3x1 = 3+1 = 4 verde
3N+2 = 3x0 = 0+2 = 2 3x1 = 3+2 5 azul

Fonte: Dados da atividade da P_5 (2023)

Durante as discussões e intervenções, construímos a relação da função vista como operador, isto é, toda função pode ser construída em forma de operação. Utilizamos a estrutura da aritmética para introduzir funções e, assim, desenvolver o pensamento algébrico. Nessa direção, as leis de formação das sequências são funções relacionadas às operações aritméticas.

Nesse panorama, por exemplo, a lei de formação da sequência azul é uma função do tipo (f(a) = 3a + 2) (o intuito não é formalizar a função, que é abordada em livros didáticos). As variáveis "a" e "f(a)" são, respectivamente, as variáveis independente e dependente. Assim, os dois valores são variáveis que estão sempre variando, uma sendo consequência da outra. Então, a sequência azul ficou assim:

$f(a) = 3a + 2$ sendo que, $a = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$, $a \in N$

$f(0) = 3(0) + 2 = 2$ $\quad$ $f(3) = 3(3) + 2 = 11$

$f(1) = 3(1) + 2 = 5$ $\quad$ $f(4) = 3(4) + 2 = 14$

$f(2) = 3(2) + 2 = 8$ $\quad$ $f(5) = 3(5) + 2 = 17$

$A = (2, 5, 8, 11, 14, 17, ...)$

Utilizando a estrutura da operação divisão:

$$\begin{array}{r|l} f(a) & \underline{3} \\ 2 & a \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} D & \underline{d} \\ r & q \end{array} ; \begin{array}{r|l} D & \underline{3} \\ 2 & q \end{array} \xrightarrow{\text{Generalização}} \begin{array}{l} f(a) = 3a + 2 \\ D = 3q + 2 \end{array}$$

$$f(2) = 3(2) + 2 = 8 \Rightarrow \begin{array}{r|l} 8 & \underline{3} \\ 2 & 2 \end{array} \Rightarrow 8 = 3(2) + 2$$

Assim, para Radford (2006, p. 5), "[...] a generalização algébrica de um padrão repousa na percepção de uma comunidade local que é então generalizada a todos os termos da sequência e que serve como garantia para construir expressões de elementos da sequência que permanecem além do campo perceptivo". Também podemos relacionar, do ponto de vista matemático, a divisão como um conjunto de subtrações sucessivas; por exemplo, podemos retirar o número 3 do 8 sucessivamente, realizando duas vezes, até sobrar o número 2.

Pontuamos que, para o processo de evolução de generalizações numéricas e operatórias, e a fim de fazer generalizações, é útil utilizar simbolismos. Desse modo, as generalizações envolvem a compreensão de variáveis e do simbolismo que é desenvolvida simultaneamente. Podemos dizer que as professoras compreenderam esse processo, como verificado no diálogo abaixo.

Pesquisadora: *perfeito, então vocês estão vendo, a gente pode trabalhar função como operação. Vocês concordam comigo? E se a gente fosse fazer a tabela dessa função? Pro azul a gente começou com 0, 1, 2, 3, que é um lado, não é isso? A gente começou com 0, 1, 2, fomos até o 3, né? E nós encontramos quais números correspondentes? 1, estou olhando no debaixo, aqui, zero. Qual é a sequência?*
Professora P1: *2, 5, 8, 11*
Pesquisadora: *pode continuar, certo? Os pares ordenados ficariam como então? 0 e 2, concordam?*
Professora P1: *sim, isso em um gráfico, né?*
Pesquisadora: *isso. Depois?*
Professoras P1, P3: *1 e 5*
Professoras P1, P1, P5: *2 e 8*
Pesquisadora: *e depois?*
Professoras P1, P3: *3 e 11*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

Propomos, também, outra forma de representação algébrica na Tabela 1 e no Gráfico 2.

Tabela 1 - Dados da sequência

Sequência Azul		
f(a)	3a + 2	(a, 3n+2)
0	3(0) + 2 = 2	(0,2)
1	3(1) + 2 = 5	(1,3)
2	3(2) + 2 = 8	(2,8)
3	3(3) + 2 = 11	(3,11)
. . .	. . .	. . .

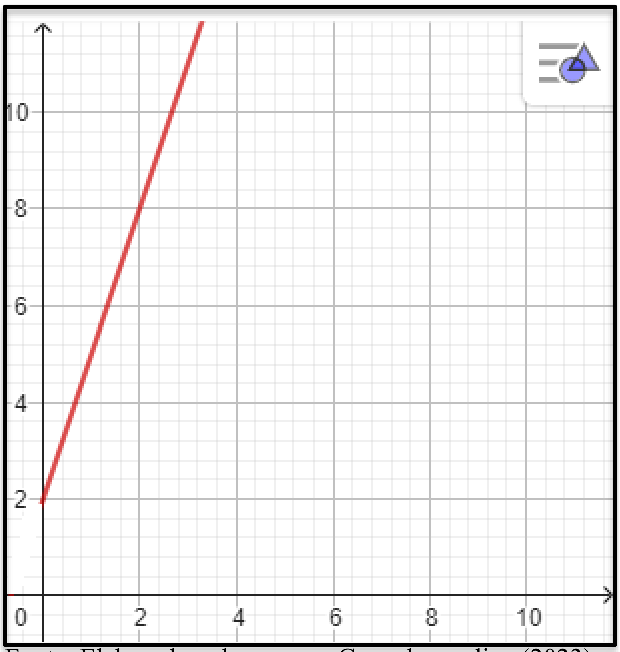
Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Na Tabela 1, estão dispostos os pares ordenados da sequência (0, 2), (1, 3), (2, 8), (3, 11) e continua. O primeiro número de cada par representa a posição e o segundo número de cada par representa a cor da blusa. A primeira coluna da tabela contém os valores da variável independente, enquanto a segunda coluna contém os respectivos valores da variável dependente. Assim, está posta uma relação funcional entre as variáveis a partir de uma sequência. A tabela, o gráfico, a linguagem natural, os desenhos e a linguagem alfanumérica se configuram como representações algébricas, sendo primordiais no campo conceitual. No Gráfico 2, podemos verificar essa outra representação, na qual se nota que a sequência é crescente.

Pesquisadora: *vocês concordam que a gente pode fazer assim também com as sequências verde e azul?*
Professora P1: *sim.*
Pesquisadora: *e isso aqui não vai dar um gráfico?*
Professora P1, P3: *vai*
Pesquisadora: *eu vou marcar aqui (0,2), depois (1,5), depois (2,8), está dando para ver mais ou menos?*
Professora P3: *tá*
Pesquisadora: *se eu colocasse aqui uma reta, aqui não consigo fazer uma reta, mas é uma reta, mas o meu não está, essa função seria o quê?*
Professora P1: *é uma reta crescente.*
Pesquisadora: *então gente, toda essa sequência que vocês trabalham aqui, isso é função. Quando você falou em PA, são as sequências recursivas. Isso é muito importante trabalhar com as crianças, tabela, gráficos, a gente vai falar que é uma PA.*
Professora P1: *não, não vai.*
Pesquisadora: *mas a gente está oportunizando o desenvolvimento do raciocínio algébrico. E para gente também perceber essas estruturas, porque quando a gente, eu não sei vocês, mas eu não sabia*

o que estava por trás das coisas, usava os algoritmos, a fórmula, agora, aqui, não, vocês pegaram a sequência, vocês construíram a lei de formação. Então, isso aqui tem significado para vocês ou não? **Professoras P1, P5:** *sim* (Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

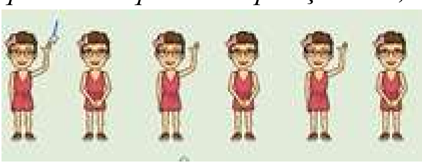
Gráfico 2 - Gráfico da função f(a) = 3a + 2



Fonte: Elaborado pela aurora - Geogebra online (2023)

Pesquisadora: *vocês concordam que a gente pode fazer assim também com as sequências verde e azul?* **Professora P1:** *sim.* **Pesquisadora:** *e isso aqui não vai dar um gráfico?* **Professoras P1, P3:** *vai* **Pesquisadora:** *eu vou marcar aqui (0,2), depois (1,5), depois (2,8), está dando para ver mais ou menos?* **Professora P3:** *tá* **Pesquisadora:** *se eu colocasse aqui uma reta, aqui não consigo fazer uma reta, mas é uma reta, mas o meu não está, essa função seria o quê?* **Professora P1:** *é uma reta crescente.* **Pesquisadora:** *então gente, toda essa sequência que vocês trabalham aqui, isso é função. Quando você falou em PA, são as sequências recursivas. Isso é muito importante trabalhar com as crianças, tabela, gráficos, a gente vai falar que é uma PA?* **Professora P1:** *não, não vai.* **Pesquisadora:** *mas a gente está oportunizando o desenvolvimento do raciocínio algébrico. E para gente também perceber essas estruturas, porque quando a gente, eu não sei vocês, mas eu não sabia o que estava por trás das coisas, usava os algoritmos, a fórmula, agora, aqui, não, vocês pegaram a sequência, vocês construíram a lei de formação. Então, isso aqui tem significado para vocês ou não?* **Professoras P1, P5:** *sim*

Pesquisadora: *porque vocês foram desenvolvendo o raciocínio de vocês, até chegar em uma generalização que vai servir para todos os números da sequência. E se quisesse falar aqui da lei de formação da sequência como um todo? 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... seria qual? Ela está aumentando de quanto em quanto?*
Professora P1: *sequência de 1 em 1.*
Pesquisadora: *isso, então seria como uma lei de formação?*
Professora P1: *n+1*
Professora P1: *n +1, tendo que a sequência inicia em zero, ou seja, a partir do um dá. Mas, (n-1) + 1, dá para começar no zero. Isso tudo nós utilizados a estrutura que trabalha na aritmética, por meio de uma sequência bem simples, vocês descobriram, desenvolveram um montão de coisas. Vejam o tanto de coisas que vocês trabalharam aqui.*
Professora P3: *interessante.*
Pesquisadora: *quais são os conceitos/conteúdos que vocês trabalharam aqui?*
Professora P1: *sequência, divisão*
Pesquisadora: *função, generalização, podemos falar isso? Vocês utilizaram de simbolismo?*
Professora P1: *sim*
Professora P1: *olha aqui, vocês podem usar a letra que vocês acharem melhor que seja significativo pra vocês, por exemplo, poderia colocar nesse n aqui outra letra, que fosse significativo para vocês, não precisaria colocar n. olhando aqui já está passando a hora. Alguém quer falar mais alguma coisa? Estão todas aí?*
Professoras P1, P3 P4, P5: *sim*
P_3: *eu estou aqui, todo mundo.*
Pesquisadora: *é porque eu não vejo a chat, agora que vou ver. Porque quando a gente tá lá na outra tela, a gente não vê. Então, se a gente fosse continuar, porque hoje não dá, estão cansadas e já passou, então no próximo a gente vai trabalhar essa função, a gente vai trabalhar essa aritmética como função, como a gente pode colocar as operações como função, o pensamento funcional, e que está tudo interligado com aquela álgebra que a gente aprendeu lá nos anos finais e no ensino médio, está tudo ligado, a base está tudo aqui com a gente. Depois vocês vão ver uma PA, a gente não lembra aquelas formulas, mas é tudo isso aqui. Por exemplo, aquela primeira sequência que eu coloquei pra vocês, que eu coloquei a bonequinha lá, essa sequência aqui, ela está indo de quanto em quanto?*
Professora P3: *dois em dois*
Pesquisadora: *de dois em dois, então se que quisesse saber qual seria a menininha, se está de braço para cima ou de braço pra baixo junto, o que eu teria que fazer então? Por exemplo, se eu quisesse saber a bonequinha cento e um, se ela está em posição pra cima ou para baixo.*
Professora ***P1:*** *mão para cima, porque ele é múltiplo de 2.*
Pesquisadora: *isso você iria dividir por 2, daí você iria descobrir. Se terminasse em zero, se você começasse com zero aqui, 0, 1, 2, 3, agora se você começar com 1, 2, aí é diferente, certo? Para falar que a bonequinha da posição 101, é braço para cima, a P1 começou a sequência no 1.*



Pesquisadora: *muito legal isso, não é?*
Professora P3: *interessante.*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

As professoras exploraram essa nova situação e responderam às perguntas. Questionaram, refletiram e fizeram conexões com o conteúdo da Matemática da Educação Básica, visando à compreensão do padrão e à generalização das partes e do todo. No processo de construção das sequências, identificaram regularidades na sequência de origem e nas sequências diretamente associadas. Ao trazer para a discussão os conceitos finito e infinito, confirmaram a continuidade dos padrões, o que possibilitou generalizar, ao verificar as particularidades, ampliando para todos os termos, representados em uma linguagem algébrica simbólica. Nesse sentido, Carraher *et al.* (2006) confirmam que a aritmética tem um caráter inerentemente algébrico na medida em que se refere a casos gerais e estruturais que podem ser sucintamente transformados em notação algébrica.

O processo de construção das sequências, a busca pelo entendimento das relações cor/posição, a generalização formalizada em linguagem simbólica (lei de formação), e a variável como número generalizado direcionaram para a busca na compreensão das sequências como função e operação (compreensões que são memórias da álgebra apreendida nos anos finais do Ensino Fundamental, já que no Ensino Médio não foi contemplada, por terem realizado curso técnico em Magistério), foram visualizadas em múltiplas representações. Na tarefa desenvolvida, foram pontuadas várias questões que demonstraram conhecimentos aritméticos e que devem ser aprofundadas e transformadas, visando ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Há, então, necessidade de avançar nas discussões sobre como as funções podem ser introduzidas em contextos aritméticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois essas são grandes oportunidades para trazer o caráter algébrico às operações. Possibilidades que são corroboradas por Radford (2006) nos direcionamentos equivalentes à generalização aritmética e algébrica. Na primeira, houve a utilização do raciocínio recursivo, por ser mais comum, apesar de ser empobrecido, pois não evidencia o que se passa com um termo de qualquer ordem. Na segunda, o uso do pensamento funcional permite relacionar qualquer termo com a respectiva ordem, o que propicia imediatamente uma descrição a respeito do modo de conhecer qualquer termo da sequência. Para Moretti, Virgens e Romeiro (2021, p. 1462)

> [...] de modo geral, poucos cursos de formação inicial ou continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais se debruçam sobre a relação entre esses aspectos nucleares do conceito e as necessidades humanas que moveram sua produção, seja a busca por regularidades, a possibilidade de previsão ou a representação de valores desconhecidos, entre outras.

Das professoras, questionadas se poderiam construir esses conceitos em sala de aula, introduzir algum símbolo alfanumérico com significação, a do 5º ano respondeu ser possível, e que seria uma estratégia a ser considerada para sanar algumas dificuldades dos estudantes em Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

> **Professora P3:** *dá pra colocar, a letrinha. Assim, quando a gente coloca o quadrado, daí a gente pode colocar a letrinha, pra criança já ir familiarizando e não chegar, pelo menos eu, cheguei, eu fui ver isso mais, foi no 2º grau.* [Ensino Médio] *Eu pensava, eu estranhava, porque eu fiz Magistério e eu não tive base no Magistério. Eu tive que voltar e fazer o ensino médio integral e eu aprendi com um professor de Química, que ele falou que eu não sabia Matemática. E era verdade. Que o meu problema não era a Química. Aí que eu fui aprender mais ou menos.* [A professora deu esse depoimento sem olhar para a câmara, foleando um livro].
>
> (Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

Diante desse excerto, três são as pontuações que propomos realizar:

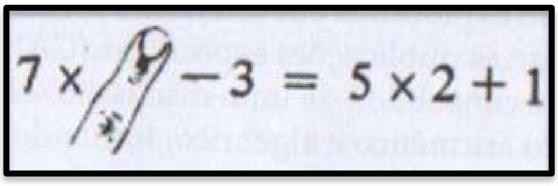
1º) Consideramos a ligação dos saberes. *"[...] ele falou que eu não sabia Matemática. E era verdade. Que o meu problema não era Química"*. Assim, verificamos que não há hierarquização dos saberes; todos os conhecimentos são importantes, e sua fragmentação custa caro à educação.

2º) Destacamos também a sinceridade da professora P3 ao confessar: *"[...] aí eu fui aprender mais ou menos"*, legitimando problemas da formação inicial (Ensino Básico e Ensino Superior - Graduação).

3º) A professora considera que *"[...] dá pra colocar a letrinha. Assim, quando a gente coloca o quadrado, daí a gente pode colocar a letrinha, pra criança já ir familiarizando e não chegar, pelo menos eu, cheguei, eu fui ver isso mais, foi no 2º grau"*. Nessa direção, Kieran (1981) considera três modos de representação para que os estudantes compreendam intuitivamente o significado de equação. Assim, exemplificada:

7 x 2 – 3 = 5 x 2;

O(A) professor(a) poderia esconder, com um dedo, um dos números;



O número que foi ocultado, sendo substituído por um quadrado;

7 x ☐ – 3 = 5 x 2;

E, por fim, por uma letra;

7 x a – 3 = 5 x 2.

Por conseguinte, a autora partiu da aritmética para alcançar compreensão a respeito da álgebra, evidenciando que não precisa haver mudança de currículo para se trabalhar essa subárea da Matemática.

Considerando a tarefa apresentada e discutida, a professora P3 também entende que dá para desenvolver os(as) estudantes partindo dessa construção.

Professora P3: *eu achei interessante essa atividade, eu vou aplicar com meus alunos.* [referindo as tarefas de sequências na construção do pensamento funcional]. *Até para mudar mesmo as questões, pra gente não ficar só preso a formas, a gente construir, eu achei isso muito interessante. E é igual a criança pra aprender, ela tem que vivenciar, tem que fazer, tem que questionar. Então, eu achei interessante. Eu vou procurar usar na minha prática, com certeza.* [respondeu arrumando o cabelo, sempre puxando uma mexa solta do cabelo preso].

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

A professora P3 reflete sobre a necessidade de mudanças em sua prática. Disto, inferimos que ela alude a um ensino tradicional ao pontuar que, para *"[...] mudar mesmo as questões, pra gente não ficar só preso a formas, a gente construir, eu achei isso muito interessante. E é igual a criança pra aprender; ela tem que vivenciar, tem que fazer, tem que questionar. Então, eu achei interessante"*. É importante essa construção para que estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental entendam realmente a representação simbólica, e que não seja somente mais um conteúdo tratado nos anos posteriores, como verificado na contribuição da professora P3.

Professora P3: *esses dias eu ri de uma aluna que foi da escola, no 5º ano, na pandemia, aí passou pro 6º e agora está no 7º. Ela foi ajudar lá e aí os meninos perguntaram, meus alunos perguntaram: "o que você está estudando lá em Matemática, lá no 7º ano?" Ela falou assim: "e é só x, só x, x + 1, x + 2". Aí eu peguei e fiquei rindo, achei interessante. Você aprendeu só x, x, x + 1, x + 2.* [risos].

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

A professora continuou se posicionando. No relato seguinte, também podemos verificar concepções tradicionais de ensino.

Professora P3: *E essa maneira, quando a gente vai ensinar, igual a mim, igual falou, a gente sempre procura o valor do x, desconhecido que a gente fala, ou incógnita, né. o valor do quadradinho, as propriedades. Mas, assim, eu tento, do jeito que eu aprendi, eu tento fazer o máximo, tentar mostrar pra eles, conscientizar, da questão de mostrar o porquê. Porque até a gente questiona, quando a gente estudava, será porque eu tenho que aprender isso. Quando eu chegava naquelas equações do 2º grau, aquilo ficou, eu não aprendi nada. Poe lá uma fórmula, sabe, depois que eu fui estudar, depois que eu compreender, né. E assim, do jeito que você mostrou aí, né. É interessante. Só que a gente tem que praticar.*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 10/05/2023)

A pesquisa de Abrahão e Silva (2017) mostrou que, mesmo durante a graduação, em que os(as) estudantes vivenciam experiências de ensino diferenciadas, construtivistas, ativas e contextualizadas, na prática reproduzem concepções de ensino tradicional, priorizando as quatro operações e resultados corretos, impossibilitando questionamentos e dúvidas por parte dos estudantes da escola básica. Tais mudanças de concepções exigem trabalhos longitudinais e participação em grupos de estudo, como forma de proporcionar discussão e reflexão crítica, sentido de comunidade, autonomia, perspectivas, argumentações e metodologias.

O ensino de Matemática, para Sousa, Panassion e Cedro (2014), é voltado para uma abordagem tradicional, de modo mecânico, pautado na memorização de técnicas de resolução, com manipulação de símbolos em detrimento do raciocínio algébrico e dos significados reais das operações e suas propriedades, a fim de promover a generalização.

Episódio III: Ajustando a costura - igualdade e seus significados

Essa tarefa ocorreu no penúltimo momento interativo, que também se realizou remotamente (de forma síncrona) pelo *Google Meet*. Como recursos, utilizamos formulário *Google Forms* e jogos *online*. O tema proposto para discussão foi o sinal de igualdade. A compreensão desse símbolo é essencial na aritmética, na álgebra e em toda a Matemática ao usar números e operações. Assim, dos três significados atribuídos (operacional, equivalência e relacional), os dois primeiros foram evidenciados, ou seja, a atenção foi direcionada para a noção operacional e a de equivalência, já que a noção relacional estava implícita nas relações de funções.

Para que as professoras refletissem acerca dos significados distintos da igualdade, os significados operacional e equivalência foram disponibilizados em jogos: "calculadora estragada", disponível no endereço eletrônico (https://rachacuca.com.br/jogos/calculadora-quebrada/); outro jogo que utiliza balança para percepção de equilíbrio (equivalência), disponível no endereço eletrônico (https://wordwall.net/pt/resource/16510943/6-e-7-ano-jogo-da-balan%C3%A7a); e também um jogo para completar a igualdade numérica, “o mesmo que”, disponível no endereço eletrônico (https://wordwall.net/pt/resource/13375011/igualdade-matem%C3%A1tica). Assim, ao jogar, as professoras poderiam verificar tanto o significado operacional quanto o de equivalência. Os links desses jogos estavam incluídos no formulário do *Google Forms*, que continha outras atividades de verdadeiro (V) e falso (F) que colocavam em destaque as diferenças existentes entre atividades que priorizam as duas noções de significado (operacional e equivalência).

Outro destaque apresentado e discutido com as professoras foi a atenção para três situações que, de acordo com Carpenter, Franke e Levi (2005), devem ser evitadas ao utilizar o sinal de igualdade. Por exemplo, relacionar nomes de pessoas, idades ou nomes e número de pontos em um jogo, número de objetos em uma coleção que não é igual ao de outro grupo e, por fim, o uso de igualdade para representar uma sequência de cálculos. Em relação ao último, exemplificamos com um programa de TV exibido nas tardes de domingo, que utiliza esse sinal, de acordo com os autores, “erroneamente”, pois, como é colocado, não se configura uma igualdade. O programa referido é o “Domingão do Huck”, com “pequenos gênios”, no quadro “triturador de números”. As crianças realmente se destacam, mas cabe maior preparação em relação ao tratamento do conteúdo. O fato é apresentado na Figura 27.

Figura 27[28] - Cálculos do sinal de igualdade?

Fonte: Site da rede Globo (2022)

[28] Descrição da figura 27: A imagem mostra uma página de um documento com uma foto de um apresentador de televisão. A foto está inclinada para a esquerda. O rosto do apresentador está coberto por um círculo azul. Ao fundo, há um cenário com luzes azuis e brancas. Sobre a imagem, há vários cálculos matemáticos escritos em amarelo e branco. No canto superior direito da foto, há um número “1” dentro de um hexágono preto. No lado direito da página, há um texto que diz: “Figura 27: Cálculos do sinal de igualdade”. No canto inferior esquerdo, há uma referência à fonte da imagem: “Fonte: Site da rede Globo (2022)”.

Para que a igualdade nas sentenças seja corretamente utilizada, conforme formalizado como conhecimento, sugere-se que, na resolução de cada cálculo, os termos sejam dispostos verticalmente e não horizontalmente, como está apresentado na Figura 26. A disposição horizontal não configura uma igualdade. Entendemos que (13 + 55 = 68 - 47 = 21) não configura uma igualdade, pois não é verdadeiro. Deveria ser colocado da seguinte forma, como pontuam os autores:

13 + 55 = 68

68 – 47 = 21

Observamos, também, diferenças na resolução das equações numéricas, tendo uma ordem diferente de resolução em relação à ordem das operações: radiciação ou potenciação, multiplicação ou divisão e, por último, adição ou subtração. Os resultados ficam diferentes, dependendo do que é considerado, o que pode ser comprovado na Figura 28[29].

Figura 28 - Cálculos numéricos de acordo com Figura 27

a) 13 + 55 = **68**	
b) **68** – 47 = **21**	
c) **21** x 3 ÷ 7 = **9**	
d) **9** + 66 x 4 = **300**	9 + (66 x 4) = 9 + 264 = **273**
e) **300** ÷ 30 + 70 x 6 = **480**	**(**300 ÷ 30) + (70 x 6) = 1+ 420 = **430**
f) **480** - 20 ÷ 23 + 140 = **160**	(20 ÷ 23) + 140 = 14.240/23 = **619,13**
g) **160** ÷ 8 + 160 ÷ 9 + 130 = **150**	(160 ÷ 8) + (160 ÷ 9) + 130 = 1510/9 = **167, 8**

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Diante desses diferentes resultados, entendemos que, na escola, os resultados das letras d até g, do lado esquerdo da Figura 28, seriam considerados "errados"; no entanto, no programa, quem chega a esses mesmos resultados é considerado um "pequeno gênio". Pontuamos que, dependendo de quem e de onde, os "conteúdos" estão assentados nas relações de poder, e esse poder altera as concepções conforme as conveniências. Assim, perguntamos: quem tem mais valor, a escola responsável pelos conhecimentos científicos e institucionalizados ou o programa

[29] Descrição da figura 28: A imagem mostra uma página de um documento com cálculos numéricos. A página está orientada na horizontal. No topo, há um título que diz "Figura 28 - Cálculos numéricos de acordo com Figura 27". Abaixo do título, há uma lista de cálculos organizados em letras de "a" a "g" mostrando que os cálculos do programa não estão de acordo com as normas escolarizantes pré-estabelecidas vigentes e o significado de equivalência do sinal de igual. Aqui estão os cálculos listados: a) 13 + 55 = 68 b) 68 - 47 = 21 c) 21 ÷ 3 = 7 d) 9 + 66 x 4 = 300 e) 300 + 30 + 70 x 6 = 480 f) 160 + 8 + 23 + 140 = 160 g) 160 + 160 + 9 + 130 = 150.

de audiência nacional? Entendemos, também, que esses conhecimentos institucionalizados são oriundos de um currículo prescrito, homologado por relações de disputas e poder.

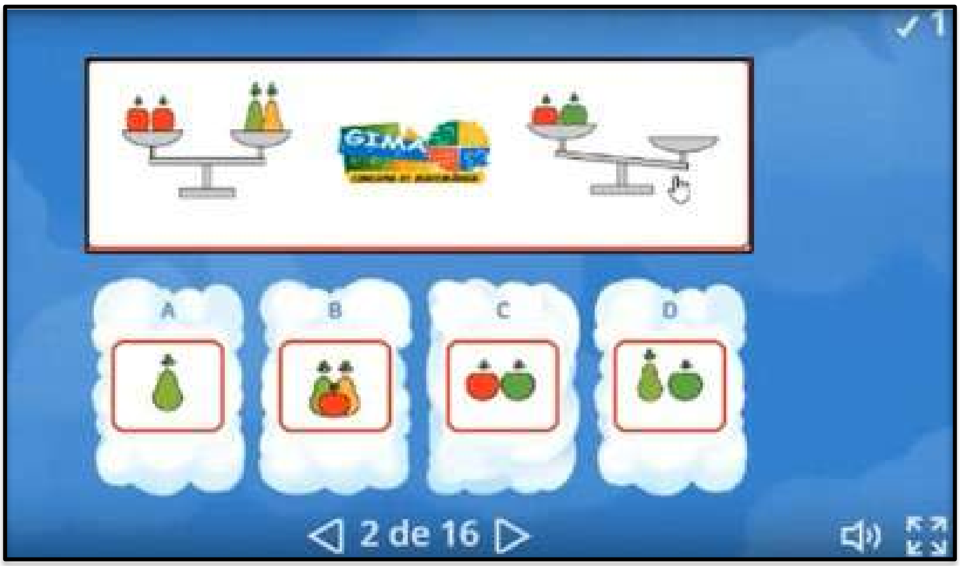
A discussão a seguir revela a importância e a necessidade de trabalhar, nos anos iniciais, com as operações matemáticas e suas propriedades não apenas com números e com atenção aos resultados específicos, mas algebricamente, com quantidades indeterminadas (incógnitas, variáveis, parâmetros ou números generalizados), que pressupõem generalizações derivadas das propriedades das operações. O sinal de igualdade, numa perspectiva de equivalência, ou seja, situações que indicam o mesmo valor — "o mesmo que" tem de um lado é igual ao que tem do outro lado — pode ser verificado no diálogo abaixo.

Pesquisadora: *vai, não vai? Então, isso é uma generalização, utilizando de notação algébrica. Você pode partir disso aqui e colocar números particulares, olha 83 + 27 = 27 + 83. Muitas pesquisas tratam dos significados de igualdade como equivalência, crianças colocam que isso aqui é errado, porque o sentido da igualdade, porque elas estão acostumadas com a noção operacional, o significado operacional da igualdade, que pensam que aqui tem que ter uma operação e do outro lado um resultado. Então, isso aqui é muito importante a gente trabalhar as estruturas da aritmética para ir desenvolvendo esse pensamento algébrico. Sem precisar calcular a soma dos dois lados, não é, pela propriedade comutativa que garanti isso, eu não preciso calcular as somas 83 + 27 = 27 + 83 para saber que é verdadeiro. Preciso?*
Professora P2: *não*
Professora P3: *não, porque só muda a ordem.*
Pesquisadora: *então isso é uma generalização, então isso para o desenvolvimento do pensamento algébrico a gente ir introduzindo é muito importante, desde os anos iniciais. Acho que desde o 2º ano que a gente trabalha as propriedades, é?*
Professora P2: *acho que a partir do 2º ano mesmo.*
Pesquisadora: *porque eu peguei o livro de vocês, mas ainda não deu tempo de olhar. Eu só vi do 4º ano, que eu vi as propriedades, que só trabalha numericamente.*
Professora P2: *com letras, com varáveis, acredito que só a partir dos anos finais, a partir do 7º, do 8º ano.*
Pesquisadora: *isso, é por isso que a gente está discutindo isso aqui, que é importante a trazer isso para os anos iniciais. Porque quando, como é que fala, objetivos de a gente trabalhar álgebra nos anos iniciais, é que eles possam contribuir quando forem estudar lá equações, inequações, a partir, agora do 7º ano, mas se a gente não trabalhar isso, acredito que eles não vão conseguir fazer essa associação, se a gente só trabalhar numericamente. Aqui 83 + 27 = 27 + 83, será que ele vai conseguir entender que (a + b) = (b + a), se não for trabalhado?*
Professora P3: *sim*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 18/05/2023)

Os jogos ajudaram na compreensão do uso da igualdade em abordagem operacional e de equivalência. No jogo da balança, as professoras apresentaram dificuldade de compreensão, necessitando esclarecimentos e o entendimento de que esse tipo de estratégia não compunha o contexto escolar. A seguir apresentamos o diálogo a partir da Figura 29[30].

Figura 29 - Jogo da balança



Fonte: ttps://wordwall.net/pt/resource/16510943/6-e-7-ano-jogo-da-balan%C3%A7a

Professora P3: *uai, duas maças. Uma maça e uma pera? Ou duas maças?* **Pesquisadora:** *oh, ela está para o lado direito, ela está desequilibrada e ela tem mais massa para o lado direito aqui.* **Professora P:** *ah, entendi.* **Pesquisadora:** *se eu tenho duas maças e duas maças equivalem a duas peras para ficar equilibrada, para ela ficar desequilibrada aqui na imagem do lado esquerdo, o que tenho que colocar aqui?* **Professora P3:** *mais peso.* **Pesquisadora:** *isso então o tem que colocar aqui?* **Professora P3:** *duas peras e uma maça.* **Pesquisadora:** *e porque se eu colocar uma pera só, ela vai ficar desequilibrada, mas para o lado esquerdo, concorda?* **Professora P3:** *ah ram* **Pesquisadora:** *se eu colocar duas maças ela vai ficar equilibrada, não vai?* **Professora P3:** *vai* **Pesquisadora:** *e se eu colocar uma pera e uma maça aqui na letra D, ela vai continuar equilibrada, então para ela ficar desequilibrada para o lado direito eu vou escolher a alternativa ...* **Professora P3:** B **Professora P3:** *ah, entendi, era isso aí, eu não estava conseguindo enxergar. Eu fiquei nesse trem e apanhei, fiquei brincando, tentando.*

[30] Descrição da figura 29: A imagem mostra a figura do jogo da balança. No centro da imagem, há uma ilustração de uma balança com dois pratos. No prato da esquerda, há dois objetos vermelhos, e no prato da direita, há dois objetos verdes. Abaixo dessa ilustração, há outra balança com um objeto vermelho no prato da esquerda e um objeto verde no prato da direita. À esquerda da imagem, há três opções (A, B e C) com diferentes combinações de objetos coloridos.

Professora P2: *e aí, a gente não sabe o peso, a gente conta pela quantidade dos elementos pra ela ficar equilibrada?*
Pesquisadora: *olha, veja você tem a referência*
Professora P2: *porque pelo peso não dá, né? Às vezes é diferente.*
Pesquisadora: *olha aqui para você ver, porque aqui está falando que duas maças equivalem a duas peras, essa é a referência padrão.*
Professora P3: *dependendo da maça e da pera.*
Pesquisadora: *aqui está falando que equivale isso, né. Então, ...*
Professora P2: *o que vai mandar é essa equivalência aí, né? o peso de duas maças é igual ao peso de duas peras.*
Pesquisadora: *aqui está falando que equivalem, lá para frente, se você continuar jogando vai ter valor da quantidade, vai falando essa aqui é 100 g, kg, essa aqui é 50, aí você vai somando, equilibrando, fazendo a equivalência. Se vocês continuarem jogando vai aparecer assim. Então, isso aqui, a balança é uma estratégia para a gente ver na balança que a igualdade é uma equivalência, significa "é o mesmo que", de um lado e do outro também. Se eu tiro dois do lado esquerdo, eu tenho que retirar dois também do lado direito. Que é isso que não é trabalhado quando nos ensina equação. Só que essa balança tem um problema, essa balança só serve para demostrar se for números positivos, os naturais, se for números negativos, ela não vai servir, porque não tem como eu colocar um número negativo lá, quantidade. Então tem essas facilidades, mas tem essas limitações também. E temos que tomar muito cuidado. Vocês respondam viu? Aí vocês vão fazendo isso aí. Certinho? Olha, se vocês quiserem tem para ouvir também, áudio, para algum aluno cego, tem várias coisas também, várias ferramentas. Agora, depois, eu pedi para vocês jogarem esse joguinho aqui, só que agora são com expressões numéricas.*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 18/05/2023)

A aritmética é entendida convencionalmente, como apontam Carraher e Schliemann (2007), como uma ciência de números, e esse reducionismo pode ser observado na aprendizagem, na necessidade de representação alfanumérica: *"[...] e aí, a gente não sabe o peso, a gente conta pela quantidade dos elementos para ela ficar equilibrada?"*. Mas a aritmética também é vista como a ciência de números, quantidades, grandezas e funções. As possibilidades são ampliadas ao trabalhar com a aritmética generalizada e o pensamento funcional. As professoras compreenderam a necessidade de evidenciar o significado do sinal de igualdade como equivalência em tarefas em sala de aula.

As dificuldades apresentadas, por não se trabalhar a igualdade com o significado de equivalência, perduram na vida adulta. Assim, a professora P2 entende que um conceito que não foi efetivado nos diversos níveis de ensino traz consequências graves, corroborando um conhecimento ainda não apropriado.

> **Professora P2:** *mas assim, nós que somos adultos, acho que não fomos preparados para essa noção, é o que a gente mais vê em concursos. Tem coisa que é tão simples e o pessoal erra só de fazer essa equivalência do número com a letra, com a variável, né. Não é só alunos, é nós também. Porque nós não fomos preparados para ter essa noção.*
>
> (Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 18/05/2023)

Com essas pontuações, não queremos dizer que todos os problemas serão sanados, no entanto, já seria um grande passo que estudantes não tivessem tanta dificuldade posteriormente em relação ao significado desse sinal. Sabemos que vários são os entraves para efetivação de uma educação com equidade e qualidade.

Episódio IV: Costurando ou descosturando - movimento do específico para o geral ou do geral para o específico

Aqui, o momento foi síncrono por meio da plataforma *Google Meet*; as tarefas foram desenvolvidas e respondidas pelo formulário do *Google Forms*. Nesse episódio, realizamos uma tarefa referente à brincadeira cantada "lavadeira", que narra seis ações na lavagem de roupas. Assim, como essa tarefa é análoga à do varal de blusas de Gerusa (Episódio I), na qual é possível generalizar partindo do específico para o geral, vamos nos direcionar a outra tarefa em que ocorre o inverso.

A tarefa em questão possibilita uma outra forma de trabalhar a álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que usualmente é direcionada à dimensão estrutural e ao pensamento funcional, de acordo com Radford e Moretti (2008). Diferentemente dessa abordagem, não é necessário partir de um caso particular da aritmética; propõe-se partir das estruturas algébricas, contextualizadas com a história "O sapo Bocarrão". A seguir, na Figura 30[31], está a história e, posteriormente, os Diagramas 1 e 2 e Quadro 18, juntamente com as questões de justificativas em conformidade com essa abordagem.

[31] Descrição da figura 30: A imagem contém a história adaptada do "Sapo Bocarrão" com um fundo rosa e algumas ilustrações, incluindo uma árvore, um sapo, uma menina, uma borboleta, um crocodilo e várias moscas.

Figura 30 - História do sapo Bocarrão

O SAPO BOCARRÃO

(Keith Faulkner)

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! – disse o sapo Bocarrão espichando a língua comprida e grudenta.

E lá se foi o sapo dando seus pulinhos. Seu objetivo era chegar na lagoa, onde tinha uma casa. O ponto de partida foi uma árvore bem verdinha e frondosa.

De repente ele deu de cara com uma borboleta.

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! – Disse o sapo Bocarrão.
- E você, linda borboleta, come o quê?
- Como folhas de urtigas, pequenas lagartas, néctar de flores... – respondeu ela, batendo as asas num piscar de olhos.

O sapo Bocarrão estava pegando moscas quando apareceu um enorme crocodilo verde.

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! – disse o sapo Bocarrão.
- E você, crocodilo, come o quê?
- Como sapos gostosos de boca bem grande – respondeu o crocodilo, mostrando os dentes brancos pontudos.

O sapo Bocarrão parou de pegar moscas e arregalou os olhos. Depois fez biquinho e encolheu a boca o mais que pôde.

- Ahhh! Uma coisa tão difícil de encontrar, não é mesmo? – disse ele, e pulou no lago fazendo Splash!

(História adaptada pela autora)

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

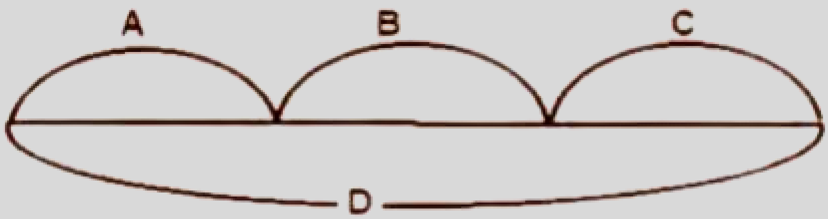
1) O sapo dando pulinhos percorreu um caminho até chegar ao lago, onde mergulhou com medo do crocodilo. Os seguintes Diagramas (1 e 2) representam a situação. Após analisá-los, responda.

Diagrama 1 - Pulo do sapo

A: pulo do sapo da árvore até a borboleta
B: pulo do sapo da borboleta até o crocodilo
C: pulo do sapo do crocodilo até o lago
D: distância da árvore até o lago

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Diagrama 2 – Esquema de distâncias



Fonte: elaborado pela autora (2023)

a) Você concorda com esses esquemas? Ou você faria diferente? Justifique.

b) De acordo com os dados apresentados e as relações constituídas, assinale (V) para verdadeiro e (F) para falso, justificando as respostas. (Quadro 19).

Quadro 19 – Relações operacionais

Relações	(V)	(F)	Justificativa
A + B = D + C			
D = A + B + C			
A + B = B + C			
(A + B) + C = A + (B + C)			
D – C = A + B			

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

c) Substitua as expressões algébricas por valores numéricos. É possível? As propriedades servem para todas as operações?

No formulário dessa atividade, houve questionamento quanto ao entendimento em relação ao conteúdo e também devido às limitações do *Google Forms*. Dessa forma, a tarefa sugerida abrangeu a história do "Sapo Bocarrão", a observação de seu percurso de A até C, a representação dos percursos por dois diagramas, evidenciando as próprias estruturas algébricas, partindo do geral para chegar a casos particulares. Foram construídas questões de marcação de verdadeiro e falso e suas justificativas.

Dessa ótica, assim como Camargo *et al.* (2018, p. 27), também acreditamos que "[...] o pensamento algébrico pode se desenvolver antes do pensamento aritmético ou simultaneamente a ele; muitas vezes, acreditamos que estamos ensinando aritmética, mas, na verdade, estamos contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico". Um não é pré-requisito para o outro portanto. As dificuldades das professoras estão contempladas no diálogo a seguir.

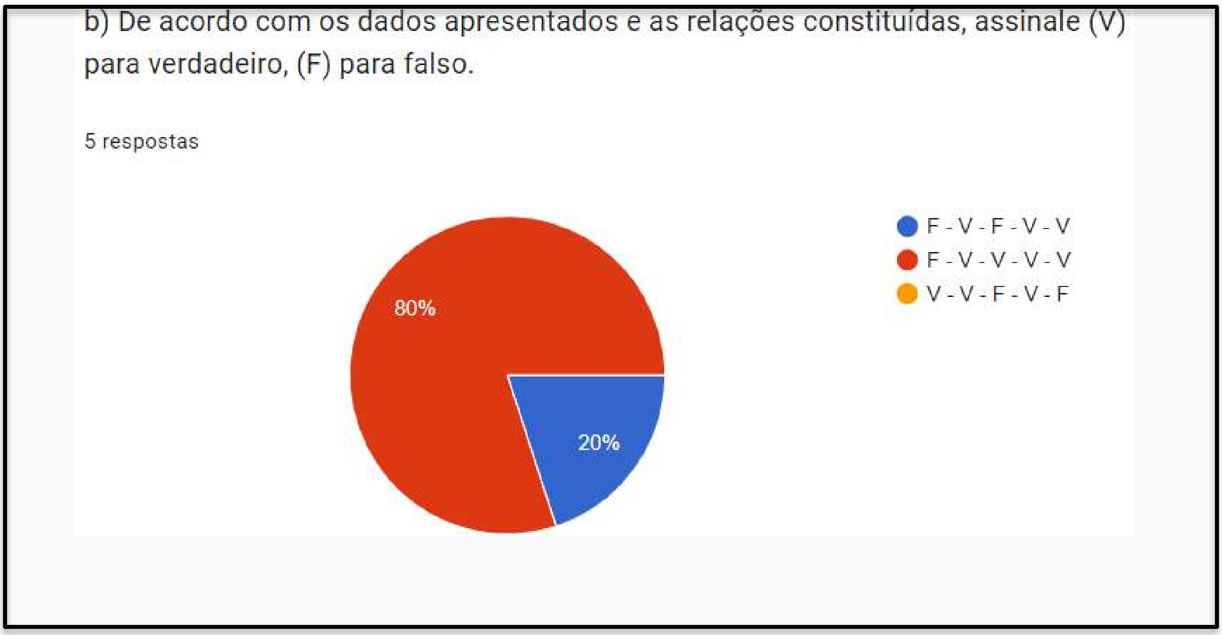
Professora P4: *oh, essa letra b, da página 3, não entendi isso aí não.*
Pesquisadora: *é assim, "de acordo com os dados apresentados, assinale (V)ou (F) ", aqui você tem o sapinho que pulou da árvore para a borboleta, que é a letra A, depois ele pulou da borboleta até o crocodilo, depois do crocodilo, ele pulou no lago. Certo? Então você tem 3 distâncias que ele percorreu. Certo?*
Professora P4: *certo*
Pesquisadora: *a letra b, está indicando essas três distâncias, se eu quiser saber a distância total, o que eu posso fazer aqui? O que eu posso fazer? Olha A, B e C, se eu quiser saber essa distância, o que posso fazer, com qual operação que posso realizar?*
Professora P4: *essa aí, D = A + B + C?*
Pesquisadora: *você não vai somar os pulinhos aqui, essas distâncias? Agora vou falar aqui da segunda, D=A+B+C, você vai marcar verdadeiro ou falso?*
Professora P4: *eu não estou entendendo porque aí não tem como marcar, tem aqui embaixo, as três bolinhas.*
Pesquisadora: *ah, sim. Então você analisa todas e aí embaixo marque uma alternativa.*
Professora P4: *mas aqui não me deixa escrever nada.*
P_4: *aí você não precisa escrever não, você vai analisar e depois marca aqui embaixo (mostra na tela as alternativas). A primeira você marcou V, e assim por diante. Daí escolha uma alternativa que fique de acordo com suas respostas. Você não consegue marcar no quadro não, é só para você ver mesmo, certo?*
Professora P4: *não, não entendi não.*
Pesquisadora: *aqui a primeira aí, A+B=D+C? Você vai marcar V ou F?*
P_4: *ah, então é falsa.*
Pesquisadora: *aí no outro, no segundo, você vai colocar o quê?*
Professora P4: *verdadeira.*
Pesquisadora: *então até agora você tem F e V, a outra.*
Professora P4: *A + B = B + C falsa*
Pesquisadora: *então você já falou F, V, F, a outra*
P_4: *A + B + C = ... essa aí não sei não. [Como estava colocado(A+B)+C=A+(B+C)]*

Pesquisadora: *tá, mas o que você colocaria?*
Professora P4: *vou chutar, mas quero chutar para acertar gol. Vou chutar verdadeira.*
Pesquisadora: *verdadeira e a última?*
Professora P4: *D – C, menos ele está voltando. Sei não. [A sentença é (D-C=A+B)]*
Pesquisadora: *A última, é só você analisar, você tem uma distância total, D, você tira uma distância C, é igual as outras duas A, C? Ou não? Então qual alternativa está de acordo com o que você analisou?*
Professora P4: *sim. agora eu entendi. Bom, marquei.*
Pesquisadora: *porque você marcou essa alternativa aí? A letra c, é só para falar, marquei essa alternativa verdadeira por causa disso, por causa disso, a segunda verdadeira porque tam, tam...*
Professora P4: *é a justificativa que você quer?*
Pesquisadora: *sim. A terceira marquei falso por quê?*
Professora P4: *tem que escrever. Não é de escolher.*
Pesquisadora: *sim, somente essa que é para justificar, escrever o porquê das suas escolhas.*
P_3: *Essa aqui de falso e verdadeiro, nossa me deu um nó aqui. Eu não estou entendendo isso aqui não. Essa sequência do sapinho aqui A mais B igual a B, C. O que que é isso aqui. (a sentença A+B=D+C).*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 21/06/2023)

No diálogo apresentado, percebemos que a professora P3 não está familiarizada com esse tipo de abordagem e que ainda não percebeu que as operações representadas são as mesmas aritméticas e suas propriedades. As respostas das professoras podem ser vistas nos resumos gerados pelo próprio formulário. Na primeira questão em relação aos esquemas, as respostas foram de concordância: *"concordo", "concordo sim", "sim", "sim", "para mim parece bom esse esquema"*. As respostas da questão de (V) ou (F) são visualizadas no Gráfico 3.

Gráfico 3- Respostas de questão V ou F



Fonte: Elaborado pela autora (2023)

A discordância nas respostas foi em relação à afirmação (A + B = B + C), na qual (80%) – 4 professoras – consideraram que (A = C), ou seja, que têm o mesmo valor, e (20%) – 1 professora – considerou que (A ≠ C), com valores distintos. As justificativas foram gerais e não enfatizaram nenhuma das proposições. As respostas foram: *“[...] analisei o desenho indicando a distância entre A, B e C”, “[...] fui pela lógica das sequências”, “[...] a distância do D é maior”, “[...] segui a legenda”, “[...] em todas eu fui observando como se fossem expressões numéricas, posso estar errada, mas foi a base que fiz”.*

Observamos que algumas professoras tiveram que “atribuir” valores às “letras” para que conseguissem opinar. Outras não identificaram do que se tratava a questão; somente uma atribuiu “expressões numéricas” e não algébricas. No entanto, nenhuma professora justificou utilizando as propriedades das operações. Embora a natureza da atividade propiciasse discussões importantes, não foi possível averiguar maiores conhecimentos, mas a tarefa revela potencialidades que podem ser implementadas tanto na formação quanto em sala de aula.

Na compreensão de Carraher e Schliemann (2007), as tarefas de sentenças numéricas podem destacar a continuidade entre aritmética e álgebra. Ao fazê-lo, levantam a possibilidade de que a ruptura entre aritmética e álgebra seja resultado de uma falha na forma como o currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental foi concebido e implementado, e acreditam ser importante tratar valores desconhecidos como variáveis.

> Dada a importância das variáveis na álgebra, há boas razões para a educação Matemática tratar, valores desconhecidos como indeterminados ou variáveis. [...] por exemplo, 8 = 5 + x, x é concebido como uma variável (e é, portanto, livre para variar), apesar de o fato de existir apenas um valor, nomeadamente, para o qual 8 = 5 + x é verdadeiro. Qualquer outra substituição, pois x é legítimo mesmo que resulte em uma afirmação falsa (Carraher; Schliemann, 2007, p. 43).

A capacidade de prestar atenção e observar as regularidades existentes no nosso cotidiano, em várias estruturas da aritmética e da álgebra, nos conduz a realizar generalizações, podendo aplicá-las a outras situações.

Carraher *et al.* (2006, p. 89) acreditam que a distinção entre aritmética e álgebra é feita apenas para facilitar a ordenação de tópicos em um currículo. Salientam que essa demarcação causa tensão ao longo da fronteira entre aritmética e álgebra e que uma suposta transição apresenta a aritmética como “fim” e a álgebra como “começo”. Criticam “[...] propostas de transição” como sendo um aspecto empobrecido da Matemática elementar, “[...] empobrecida em seu adiamento da generalização Matemática até o início do ensino de álgebra”.

Esses autores argumentam que a aritmética detém a compreensão de fatos numéricos, mas que também lhe compete as afirmações gerais das quais são instâncias. Ou seja, "[...] a aritmética tem um caráter inerentemente algébrico na medida em que diz respeito a casos gerais e estruturas que podem ser sucintamente capturados em notações algébricas" (Carraher *et al.*, 2006, p. 89). Argumentam que o significado algébrico das operações aritméticas é um ingrediente essencial, utilizando a analogia da "cereja do bolo". Tanto os conceitos algébricos quanto a notação devem compor a Matemática elementar.

Considerando as discussões sobre a *Early* Álgebra, levantaram-se questões como: a natureza da aprendizagem Matemática, a estrutura da Matemática, os papéis dos professores(as) e a viabilidade da álgebra para todos(as). Seus defensores enfatizam que o conteúdo atual da Matemática elementar não é totalmente distinto da álgebra. Então, por que estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental apresentam tantas dificuldades em álgebra? Nesse sentido, Carraher e Schliemann (2007) debatem a respeito de como o currículo foi concebido e implementado, separando os conteúdos em aritméticos e algébricos. Os autores argumentam que parte dos problemas advém:

> a) sinal de igualdade utilizado como significado operacional;
> b) concentrar-se em respostas específicas;
> c) não reconhecer as propriedades comutativas e distributivas;
> d) não usar símbolos matemáticos para expressar relações entre quantidades;
> e) não compreender o uso de letras como números generalizados ou como variáveis;
> f) têm grande dificuldade em operar com incógnitas;
> g) não conseguem entender que transformações equivalentes em ambos os lados de uma equação não alteram seu valor (Carraher; Schliemann, 2007, p. 5-6).

A professora P1 apontou também possibilidades como a compreensão da linguagem, deficiência na aprendizagem, ensino de Matemática direcionada à resolução de problema em detrimento de outras abordagens, representações e fragmentação das disciplinas.

Professora P1: *e a aí aquela criança saí do Fundamental I, ela não tem repertório matemático, aí ela vai para o Fundamental II, eu estou dando aula para o sexto ano, e a dificuldade dele, às vezes, assim, de entender uma pergunta, porque bateu muito na tecla de situação problema, situação problema, situação problema, mas porque também tem o problema de português lá, que não foi resolvido, por isso, e ai vai arrastando todos os problemas para todas as disciplinas, porque outros coisas, tipo assim, às vezes uma palavra que falta, o menino não entendeu nem a pergunta, assim uma palavra não dita, assim, eu falo assim, na própria questão de Matemática uma palavra não dita ali, subtendida, acabou, ali acabou, ali já bloqueou, não sabe nem pra onde vai mais.* (Excerto do Momento de interação – Roda de conversa realizado no dia 29/04/2023)

No campo das possibilidades, Kaput e Kieran (2005, p. 15) ressaltam que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o enfoque é na aritmética generalizada e no pensamento funcional. Principalmente o último, com múltiplas representações, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes em séries posteriores. Para início, sugerem a utilização de "[...] ferramentas representativas e linguísticas críticas para analisar, descrever e simbolizar padrões e relacionamentos". Argumentam que as experiências dos professores(as) são mínimas em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, concentrando-se mais no pensamento aritmético, e que esse direcionamento é fruto do currículo e das normas nas escolas que precisam ser substituídas. Sugerem experiências concretas, táteis e visuais na aprendizagem, que podem unir a expressão matemática, ideias da linguagem natural cotidiana e sistemas de notação simbólicos.

Esses autores(as) apontam que a possibilidade de inovar o currículo não é suficiente sem proporcionar uma formação adequada aos(as) professores(as) sobre como desenvolver o pensamento funcional, que não é suficiente para produzir uma mudança consubstanciada no desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças. Assim, apontam para soluções conectadas de mudança.

a) transformar a base dos professores em recursos instrucionais
b) usar o pensamento das crianças para alavancar o aprendizado do professor
c) criar cultura e prática de sala de aula para apoiar o pensamento algébrico

Passos e Nacarato (2018, p. 132) defendem a criação de "[...] um ambiente dentro da escola como espaço de formação continuada dos professores para a definição do currículo e de seu desenvolvimento. Estamos considerando o papel preponderante do professor na construção compartilhada do currículo praticado". Ou seja, aquele currículo que contém as intenções e propostas para a instituição.

Permanentemente, a formação está dentro dessa realidade, que, para Nóvoa (2019), é importante que exista uma casa comum, um lugar de interação entre os professores universitários formadores, os professores e a escola.

> Essa *casa comum* é um lugar universitário, mas tem uma ligação à profissão, o que lhe dá características peculiares, assumindo-se como um terceiro lugar, um lugar de articulação entre a universidade e a sociedade, neste caso, entre a universidade, as escolas e os professores. Nesta casa comum faz-se a formação de professores ao mesmo tempo que se produz e se valoriza a profissão docente (Nóvoa, 2019, p. 9. Grifos do autor).

A formação continuada não pode estar desassociada, desarticulada desses elementos, e, nessa construção, entendemos que os(as) professores(as) deveriam ser os(as) primeiros(as) a serem ouvidos(as). Como pontua o autor, não podemos aceitar o discurso de que não pode haver práticas consistentes e inovadoras de formação continuada no interior das escolas; esses discursos "[...] abrem caminho a um mercado de cursos, eventos, seminários e encontros nos quais especialistas diversos montam o seu espetáculo pessoal para venderem aos professores novidades inúteis sobre o cérebro e a aprendizagem, as novas tecnologias ou qualquer outra moda de momento" (Nóvoa, 2019, p. 10-11).

Pontuamos que os episódios com as professoras foram importantes para refletir sobre a prática e para entender que a formação realmente deve ser permanente, podendo ser realizada nas escolas, cobradas dos órgãos competentes e buscar parcerias com universidades e grupos de pesquisa, sem hierarquizações, compreendendo que todos são sujeitos de conhecimento e que devem ser valorizados.

Em relação à proposição de tarefas na promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico, a professora P3 manifestou sua opinião.

Professora P3: *é interessante isso aí, viu. Essa questão pra gente fazer uma reflexão e ir aprendendo, né. Eu acho que deveria, as escolas deveriam oferecer mais cursos, mais coisas assim, sabe. Eles fizeram um curso de Matemática lá e chamaram nós do 5º ano, mas o homem, ele passou, todo mundo viu, a atividade que ele ensinou lá, da faculdade lá, o pessoal, são umas contas de dividir, umas coisas que nem os professores sabem, complicando, e assim, igual eu falei pra ele, não é legal, essa questão lá, fez a questão da divisão, de colocar o zero, e assim, entendo, mas, a maioria aqui, é professor de 5º ano, nós viemos de uma pós pandemia, menino que a gente tá alfabetizando. Se a gente conseguir que o menino tenha conhecimento de contagem, de número, e as quatro operações, né, eu acho assim, já vejo com grande avanço, não que vá estabilizar, mas a gente tem que ver que a gente tá vindo de pós pandemia, que praticamente os meninos que eu peguei no 4º ano, foi dois anos, né, eles só tiveram uma professora no 1º ano, 2º e 3º eles não tiveram contato. Eu vejo a P2 falando aí do 2º, da importância do 2º ano, da questão do 2º e 3º ano, porque o menino, tem que chegar mais ou menos no 5º ano com uma certa noção, né. E, eu tenho menino que estou alfabetizando, então tem menino que está complicado. E essa maneira, quando a gente vai ensinar, igual eu, igual falou, a gente sempre procura o valor do x, desconhecido que* ***a gente fala, ou incógnita, né. O valor do quadradinho, as propriedades. Mas, assim, eu tento, do jeito que eu aprendi,*** *eu tento fazer o máximo, tentar mostrar pra eles, conscientizar, da questão de mostrar o porquê. Porque até a gente questiona, quando a gente estudava, será porque eu tenho que aprender isso. Quando eu chegava naquelas equações do 2º grau, aquilo ficou, eu não aprendi nada. Poe lá uma fórmula, sabe, depois que eu fui estudar, depois que eu fui compreender, né. E assim, do jeito que você mostrou aí, né. É interessante. Só que a gente tem que praticar. Né, professora P2?*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 18/05/2023)

Nessa fala da professora P3, podemos verificar que o ensino sem observar o sentido do conhecimento, sua proposição tradicional e o fato de que ela admite ensinar do jeito que aprendeu, postula que tenta fazer diferente, mostrando o porquê. Assim, verificamos que o(a) professor(a) é fruto de toda a formação e vivência ao longo de sua vida.

Nesse episódio, também foi discutido que a formação continuada se torna um constante desafio, e a impressão que prevalece é a necessidade de continuar estudando, de que o conhecimento não se esgota. Sensação que acompanha as participantes em últimas interações, descritas no diálogo seguinte.

Professora P3: [em relação ao mestrado] *e era sofrido e eu tinha uma orientadora que ela era boa, exigiu muito, eu chorei muito, eu estressei muito. Foi fácil não. Aí depois me chamaram pra fazer um tal de doutorado, falei tô fora. No dia lá fiquei alegre, parece que a gente tira um peso, quando foi no dia da defesa, quando nós fomos lá. Aí vamos montar um grupo, eu fiquei animada, mas depois, pensei vou fazer isso nada, chega! Eu não dou conta não. Quem sabe, né?* [risos] *Vou aposentar e fazer outra coisa. Eu gosto de estudar, quando a gente estuda, parece que a gente cresce, sei lá a gente desenvolve, não falo só profissionalmente, mas pessoalmente também.*
Pesquisadora: *expande a visão de mundo.*
Professora P3: *professor tem que estar sempre estudando mesmo. Você e a P2 já aproveitam e fazem o doutorado.*
Pesquisadora: *que é aquilo que o Freire traz o inacabado, nós somos seres inacabados.*
Professora P3: *é de conhecimento, parece que cada vez que a gente estuda cada vez a gente fica mais burro, ne´?* [risos]
Neide: *eu tenho essa impressão, eu falo isso P3.* [mais risos]
Professora P3: *eu falo desse jeito, igual aquela frase de Sócrates "só sei que nada sei". Quanto mais a gente estuda, mais fica inesgotável.*
Pesquisadora: *essa frase é muito positivista.*
Professora P2: *verdade.*

(Excerto do Momento de interação síncrona realizado no dia 21/06/2023)

O consenso é de que estudar é "difícil", é "estressante", é "sofrido" e que, quanto mais se estuda, menos se sabe. Embora não se restrinja a essas dificuldades, o certo é que precisamos continuar trilhando esse caminho carregado de possibilidades de aprendizado, de mudanças, limitações e desafios constantes.

4.4 Resultados a partir das categorias

Na categoria "Aspectos relacionados à formação e ao trabalho docente", podemos verificar a dissociação e a descontextualização entre teoria e prática. Percebemos uma tendência nas professoras de valorizar a prática, na direção de elementos constituintes de uma teoria pedagógica tecnicista, com estágios sem acompanhamento de professores(as) formadores(as) e professor(a) supervisor(a).

Na graduação das professoras, verificamos dicotomia entre conteúdos didático-metodológicos e conteúdos específicos, em que a carga horária em relação às disciplinas voltadas para a formação para o ensino de Matemática foi mínima ou inexistente. Ainda nessa direção, coloca-se em xeque a formação polivalente do(a) pedagogo(a).

Inegavelmente, a formação continuada proporcionada pelo Estado/município, sem ouvir as demandas das professoras, que pontuaram a desvalorização em sua profissionalização, constitui um problema. Também foi evidenciado o despreparo dos(as) professores(as) formadores(as) no Curso "AlfaMais".

O ensino-aprendizagem voltado para as avaliações externas, nas quais são desconsiderados os contextos e a legitimação da hierarquização dos conhecimentos ao propor testes voltados para conteúdos de Língua Portuguesa e Matemática, prevalecendo nas escolas o currículo avaliado, que é parte inerente do prescrito formulado pelo governo e políticas curriculares, desconsidera totalmente o praticado com as intenções e propostas das instituições.

As falas e os dados mostraram, ainda dentro da formação das professoras, em relação ao conteúdo de álgebra, que o contato se deu mais precisamente nos anos finais do Ensino Fundamental, já que no Ensino Médio não houve esse contato, por terem cursado o Técnico em Magistério, e na graduação não tiveram disciplinas que incluíssem essa unidade temática. Enquanto formação continuada, também não lhes foi proporcionada nenhuma iniciativa em relação à temática. O fato é que, até o momento da pesquisa, não tiveram conhecimento da unidade temática "álgebra" para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a qual compõe o currículo na área de Matemática, proposta pela BNCC e replicada nas Diretrizes Curriculares de Goiás (DCGO-Ampliado).

As professoras acreditam que, na etapa do Ensino Fundamental, anos iniciais e finais, a criança pode ter dificuldade em relacionar os conhecimentos em aritmética à álgebra. Porém, o maior obstáculo em relação ao ensino-aprendizagem é a condição estabelecida de cumprir um currículo extenso em Matemática.

Destacamos, como tarefa proposta pelas professoras em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, um problema que prevê na resolução a utilização de operação inversa. Embora as professoras acreditem ser de fácil entendimento, essa tarefa exige raciocínio elaborado para a compreensão dos conceitos pelos(as) estudantes. Também foram citadas tarefas envolvendo sequências e proporção. Nas práticas pedagógicas, observamos a utilização da interdisciplinaridade na construção do conhecimento, pois são professoras que atuam como polivalentes nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Outros elementos foram citados em relação às dificuldades na realização das ações pedagógicas, como discordância com o grupo gestor, superlotação das salas de aula, consequências de aprendizagem devido à pandemia da COVID-19, estudantes com nível socioeconômico baixo e falta de engajamento da família com a educação.

Na categoria "Compreensão das professoras em relação ao pensamento algébrico", observamos que, desde o início da produção de dados, com a proposição do questionário, as professoras se colocaram em movimento, refletindo a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico, do ensino baseado em conceitos em relação à formação e suas práticas como professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir da história "Ponto por ponto, costura por costura", as professoras visualizaram os 12 elementos que constituíram a sequência, momento em que verificaram os padrões e regularidades. O desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser construído a partir de histórias, brincadeiras e muitos outros elementos da sala de aula. Ao ser solicitado que, dos 12 elementos, escolhessem três para realizar outra sequência em que esses termos iriam se repetir, tiveram dificuldades na compreensão do núcleo de repetição da sequência. Conseguiram encontrar o 21º termo, no entanto, utilizando a contagem, não elaboraram nenhuma regra verbal, escrita ou simbólica para descobrir qualquer termo da sequência.

Na continuação da história, na tarefa "O varal da blusa de Gerusa", com o objetivo de evidenciar o pensamento funcional como parte inerente ao pensamento algébrico, verificamos heterogeneidade quanto aos conhecimentos das professoras. Enquanto algumas entendiam a proposta relacionando-a aos conhecimentos de função estudados em sua formação anteriormente, outras tiveram dificuldades de compreensão ao relacionar a cor à posição ocupada na sequência (termo dependente e independente). Entenderam a lei de formação, colocando-a em termos de representação simbólica e de outras representações. O certo é que comprovaram que as operações são funções e que as estruturas das operações devem ser bem exploradas nos anos iniciais do Ensino Fundamental para sanar problemas de aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental.

Em relação aos significados atribuídos ao sinal de igualdade (operacional, relacional e equivalência), as professoras entenderam a importância de trabalhá-lo no sentido de equivalência, nas operações e suas propriedades. Admitiram que não tinham esse alcance em relação ao sinal e que, na maioria das vezes, promovem o sinal de igualdade com significado operacional. Apresentaram dificuldades de compreensão ao utilizar o jogo da balança como equivalência figural, ao qual atribuímos a constância do sentido operacional.

Outra abordagem proposta para as professoras foi em relação ao fato de a tarefa explorar o caso geral podendo ser direcionada ao particular. Na tarefa "O Sapo Bocarrão", embora tenham respondido corretamente às questões no requisito V ou F, nas justificativas não compreenderam que se tratava das propriedades das operações. Convém, no entanto, salientar que as professoras advêm de formações que não contemplaram o caráter de desenvolvimento do pensamento algébrico nem o aprofundamento das estruturas das disciplinas que elas ensinam. Tampouco a formação continuada propiciou esses conhecimentos específicos.

Por essa ótica, é possível assegurar a necessidade de proposição de mudanças. O debate deve ser para efetivar transformações estruturais e sistêmicas ancoradas em políticas neoliberais, que têm como meta uma reforma empresarial da escola. Essas ideias geram concretamente efeitos colaterais destrutivos que abrangem professores(as), estudantes e, enfim, toda a comunidade escolar.

Freitas (2018) sugere pontos que podem contribuir na organização da resistência às políticas que caminham para a destruição da escola.

1) Defender a exclusão da área da educação da Lei de Responsabilidade Fiscal. Sua inclusão atende a uma política de privatização, pois, ao atingir o limite de gastos permitido por lei, a área da educação não pode contratar novos professores para abrir novas escolas.
2) Apoiar os dispositivos constitucionais que garantam investimentos na educação, bem como os dispositivos do PNE.
3) Valorizar a gestão democrática da educação.
4) Propor a eliminação de testes censitários de avaliação de larga escala (nacionais e estaduais) na educação que levem a ranqueamentos ou a consequências associadas à meritocracia (bônus ou punições) para professores(as) e estudantes. As avaliações de larga escala devem ser sempre amostrais e nunca censitárias.
5) Aumentar a qualidade da educação é também a diminuição dos números de estudantes em sala de aula.
6) A educação deve ser um espaço de diversidade de ideias não sujeito a mordaças impostas por pretensas leis que visem eliminar a liberdade intelectual dos(das) professores(as) durante seu percurso formativo.

7) É preciso introduzir políticas para melhorar a qualidade da educação com trabalhadores(as) e estudantes, e não contra eles(elas).

8) Lutar contra a desprofissionalização do magistério, assegurando condições adequadas para sua formação teórica e prática, bem como a obrigatoriedade do pagamento do piso salarial.

Nessa direção, concluímos que os desafios e possibilidades estão interligados e é impossível superá-los e ao mesmo tempo realizá-los sem considerar a totalidade da realidade concreta.

5 POR ORA, AS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propusemos como objetivo geral analisar a compreensão de um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de momentos interativos. Nessa empreitada, realizamos uma fundamentação teórica abrangendo os mais diversos pontos que, em nosso entendimento, são fatores fundantes ligados à formação inicial e continuada e à problemática do ensino de álgebra nos currículos escolares dos anos iniciais.

O produto educacional que culminou nos momentos interativos e nas tarefas em formato de episódios representou a oportunidade de uma reflexão coletiva sobre a formação inicial e continuada das professoras, sua prática pedagógica e o pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade. Criou-se um ambiente propício para responder como ensinar um conteúdo do qual as professoras não se apropriaram, para o qual não tiveram formação, no caso específico desta pesquisa, o conteúdo de "álgebra", direcionado ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao nos reportarmos aos objetivos específicos, temos o entendimento de sua importância ao fornecer elementos para trabalhos futuros, do inacabamento, das lacunas ou até mesmo equívocos dessa pesquisa. Em relação ao primeiro objetivo, verificar a compreensão das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre a unidade temática "álgebra", conforme a Base Nacional Comum Curricular, verificamos que as professoras não tinham conhecimento dessa unidade. Observamos, no entanto, que possuem conhecimentos e realizam tarefas de sequências, proporção e problemas envolvendo a utilização da operação inversa. Em complemento, evidenciamos a necessidade de maior aprofundamento das estruturas das operações e suas propriedades.

Na busca de responder ao segundo objetivo, evidenciar indícios de conhecimentos das professoras sobre o pensamento algébrico durante os momentos interativos, verificamos nas tarefas desenvolvidas em formato de episódios que seus conhecimentos são direcionados à aritmética generalizada (conferir propriedades e relações de números inteiros; averiguar propriedades das operações; verificar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades; conceber o número algebricamente), o que ficou mais evidente.

Quanto ao pensamento funcional (verificar padrões/regularidades em sequências operando com expressões simbólicas, ou seja, utilizar símbolos para modelar problemas; representar graficamente; utilizar várias representações de dados; encontrar relações funcionais; relacionar as operações aritméticas como funções), entendemos que existem diversas maneiras de explorá-lo, e que devem ser construídas oportunidades e um olhar atento para vislumbrar seu caráter algébrico. Observamos que os conhecimentos das professoras são bastante heterogêneos, indo de dificuldades em encontrar relações entre os termos a encontrar facilmente uma lei de formação. Assim, torna-se imprescindível a exploração da própria generalidade matemática, em vez das especificidades do número, e o entendimento sobre as estruturas matemáticas. Além disso, na promoção desse pensamento, devemos fornecer formas adequadas de apoio profissional, que irão efetuar mudanças nas práticas pedagógicas e curriculares. Isso exige a compreensão do significado da prática da professora em apoiar uma cultura de tarefa algébrica na sala de aula.

No terceiro e último objetivo, mobilizar reflexões com as professoras para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, essa mobilização foi realizada desde o primeiro instrumento de produção de dados, o questionário, em que as professoras se viram questionando, articulando e refletindo sobre o ensino-aprendizagem. E durante toda a materialização do produto educacional, foi constante a vontade de aprender e entender o que seria e como efetivar o desenvolvimento do pensamento algébrico em sala de aula. Foi importante relacionar as operações aritméticas como funções para a compreensão do caráter funcional.

As tarefas relacionadas às histórias, músicas e jogos também contribuíram para mostrar que é possível, por meio do cotidiano e da interdisciplinaridade, desenvolver esse pensamento, comprovando seu caráter transversal. O saldo foi positivo ao proporcionar elementos que estavam no currículo, mas dos quais as professoras não tinham conhecimento. Nesse sentido, esse foi o primeiro passo em direção ao despertar desse conhecimento e, por meio da formação continuada, seu aprofundamento.

Salientamos que as leis que criam e impõem esse currículo contam histórias de lutas, avanços e retrocessos. Nas batalhas travadas na efetivação de políticas públicas, contemplam-se as formações iniciais e continuadas de professores(as). Formações que apontam lacunas nas áreas do conhecimento. A partir do referencial, tem-se que a Licenciatura em Pedagogia dá maior atenção aos conhecimentos didático-pedagógicos em detrimento dos específicos. Conteúdos matemáticos específicos mínimos ou ausentes são agravados pela falta de domínio de professores(as) formadores(as) de conhecimentos matemáticos básicos, particularmente no campo dos números e operações, acarretando inúmeras dificuldades nos conteúdos a serem ensinados. A literatura apontou e os dados produzidos comprovaram que prática e teoria são dissociadas, pautadas mais em teorias descontextualizadas.

Nesse sentido, professoras têm/tiveram dificuldades na *práxis* pedagógica, principalmente no início de carreira, mas que são recorrentes durante sua atuação profissional. Além da formação, pontuamos as condições precarizadas na realização do trabalho docente, com jornadas de 40 horas semanais realizadas em sala de aula, além do tempo para planejamento, proposição, preparação e correção de trabalhos e avaliações. Assim, a desvalorização da profissão docente, os salários baixos e a falta de planos de carreira são desfavoráveis para proporcionar qualidade de vida para que as professoras continuem se aprimorando, além das condições estruturais, materiais e de trabalho precarizadas, para alcançar uma educação de qualidade.

Nesse contexto de precarização do trabalho docente, como realizar a formação continuada se o trabalho ocupa quase a totalidade do tempo das professoras? Quanto mais o(a) professor(a) ensina, mas lhe é negada uma formação ampla com qualidade e condições materiais e imateriais em todos os sentidos, elementos evidenciados na fundamentação e na produção de dados. Romper com essa lógica é romper com a lógica do capital, do trabalho alienado que visa transformar o trabalhador em produto, mercadoria, cujo fim é a desumanização. A luta é contínua na cobrança pela efetivação de políticas públicas em educação que garantam uma sólida formação inicial e continuada, visando à profissionalização, valorização e às condições favoráveis de trabalho.

As políticas que regem a formação inicial e continuada, em sua concepção, deveriam valorizar o(a) professor(a) como agente transformador(a) que, mesmo com condições desfavoráveis, diante de demandas sociais adversas, realiza seu trabalho, construindo e renovando conhecimentos em seu fazer diário. Ouvir os(as) profissionais da educação é essencial para encontrar respostas e concretizar políticas públicas que realmente favoreçam o ensino-aprendizado e que proporcionem uma formação de base teórica-científica sólida que se converta em práticas educacionais no campo de atuação.

Essa situação é experienciada pelas professoras desta pesquisa, que vivem e sofrem das mesmas angústias, da falta de infraestruturas e materiais nas escolas, da incompreensão e desvalorização por parte dos governantes. Não foi possível, nesta pesquisa, estar com elas em sala de aula, o que pretendemos em uma possível continuidade da pesquisa.

Valorizamos demais as práticas profissionais sendo partilhadas, as dificuldades e a constatação de que, mesmo tendo lacunas na formação, a ética, a profissionalização e a decisão em busca de uma prática compromissada com estudantes e comunidade atingiram patamares elevados. Entendemos também que a experiência de estar com estudantes é muito diferente de desenvolver um trabalho com os pares. Em um primeiro momento, ficamos apreensivas, porque também existem deficiências em nossa formação e a temática da pesquisa não é considerada fácil; pelo contrário, há a crença de que poucos(as) conseguem um entendimento satisfatório em relação à “álgebra” por ser considerada “abstrata”.

As dificuldades em encontrar tempo e horário para a realização dos momentos interativos causaram muito sofrimento, pois pensávamos: “No comitê de ética, a escola cadastrada é essa; será que teremos participantes? Poderá ser cadastrada outra escola?” Após o primeiro episódio presencial, a constatação de que não haveria disponibilidade no mesmo formato nos deixou apreensivas, pois teríamos que realizar mudanças e adaptações nas tarefas para o formato remoto, o que foi outro desafio homérico.

Durante os momentos interativos síncronos, a angústia era enorme, porque as professoras não participavam de forma espontânea; chegamos a cogitar que a ausência de dados também seria uma forma de pesquisa. Ao transcrevermos os momentos interativos na íntegra, no entanto, verificamos que a produção de dados era consistente e que dispúnhamos de muito material. Na banca de qualificação, o questionamento dos diálogos realizados como possíveis “monólogos” fez-nos sinalizar que, diante do formato, da temática e do contexto das professoras, houve participação, talvez não de uma forma “idealizada”. Assim, não questionamos o que é considerado diálogo nem participação. Durante a pandemia da COVID-19, em que foi necessário realizar aulas em formato remoto, soubemos das dificuldades, principalmente na área de exatas, para que o(a) professor(a) ministrasse suas aulas e tivesse a participação do(a) estudante.

Diante de todas as etapas na realização desta pesquisa, o contato com os(as) professores(as) formadores(as), orientadora, mestrandos(as), doutorandos(as) e as professoras participantes foram elencados como importantes e necessários para a construção do conhecimento e o desenvolvimento da pesquisa, enfim, a valorização de todos os atores.

Apropriar-se do conhecimento não é e nunca foi tarefa fácil. É complexo, pode ser solitário, há que fazer concessões, tomadas de decisões imediatas e muitas vezes equivocadas, mas que também fazem parte do aprendizado e desenvolvimento. Diante da realidade brasileira, no entanto, questionamos: para que estudarmos tanto se não somos valorizados(as)? Compreendemos que a resposta depende da intencionalidade e da visão de mundo de cada indivíduo, o que não nos impede de lutar por melhores condições e valorização da ciência, da pesquisa e da profissão.

Não poderíamos deixar de sinalizar que realizar pesquisa trabalhando é mais difícil ainda; o direito à licença para aprimoramento não é respeitado. Mesmo sabendo que a educação se faz com constantes estudos, percebemos que esse não é o entendimento dos governantes em rede municipal de educação, o que não é observado em nível federal, onde a pesquisa é mais valorizada devido ao tripé ensino, pesquisa e extensão. Nesse sentido, a formação continuada fica sobre a responsabilidade de cada professor(a), o Estado ficando isento dessa demanda.

Ainda nesse sentido, a partir da pesquisa com as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, foi possível compreender essa etapa como elemento que articula essas trabalhadoras em relação à produção e reprodução da vida material que direciona os processos formativos, concebendo as mudanças esperadas na educação a partir das transformações do sistema capitalista, em estágio neoliberal.

Postulamos políticas públicas em educação, de formação inicial e continuada, que sejam projetos de Estado e não de governo, pois sabemos que os governos são passageiros, transitórios e que estão constantemente fazendo coligações e alianças em prol de interesses individuais para permanecer no poder, enquanto projetos de Estado são soberanos, permanentes e visam à coletividade. Sua continuidade independe de o governo permanecer ou não no poder.

E, por fim, terminamos colocando em destaque a música "Maluco Beleza", de Raul Seixas[32], para demonstrar nossos sentimentos em relação a essa pesquisa. Por um lado, procuramos esforçar-nos para seguir todas as exigências e normatizações; por outro, procuramos aprender, questionar, refletir e agir "controlando nossa maluquez", "misturada com nossa lucidez". Ficamos com certeza, malucas, porém "malucas beleza".

---

32 https://www.youtube.com/watch?v=01WCtTBNLfk . No dicionário informal, **maluco beleza** é um termo coloquial utilizado, em sua maioria, para definir um indivíduo que tem atitudes arrojadas, corajosas e sem inibições (https://www.dicionarioinformal.com.br/maluco+beleza/).

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, E. A. Ensino de Álgebra e formação de professores. **Educ. Mat. Pesquisa**. São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/174. Acesso em: 03 jun. 2022.

ABRAHÃO, A. M. C.; SILVA, S. A. F. Pesquisas sobre a formação inicial do professor que ensina Matemáticano princípio da escolarização. **Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n.1, p.94-116, jan./abr. 2017. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647742. Acesso em: 15 jun. 2022.

ALTAMIRO, C. A.; MOLINA, M. O processo de generalização e a generalização em ação um estudo de casos. **PNA**, 15(3), 211-241, 2021.

ALVES, R. **A menina e o pássaro**. 16ª ed. São Paulo: Loyola, 1999. Disponível em: https://www.academia.edu/36563538/A_Menina_e_o_Passaro_Encantado_Rubem_Alves. Acesso em: 15 nov. 2024.

ARROYO, M. G. **Currículo, Território em disputa**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2013.

AYALA-ALTAMIRANO, C. MOLINA, M. (2021). El proceso de generalización y la generalización en acto. Un estudio de casos. **PNA**, 15(3), 211-241. Disponível em: https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/18109/20758. Acesso em: 12 ago. 2023.

BAUMGART, J.K. **História da álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992

BECK, V. C.; SILVA, J. A. A relação entre conceitos algébricos formais e o ensino da álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Educar Mais**, 3(2), 192–201, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.15536/reducarmais.3.2019.192-201.1487. Acesso em: 23 ago. 2022.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-446, nov. 2005. Disponível em: https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf. Acesso em: 26 mai. 2022.

BLANTON, M.L., KAPUT, J.J. O pensamento funcional como caminho para a álgebra nas séries elementares. In: Cai, J., Knuth, E. (Org.) **Algebrização Inicial. Avanços na Educação Matemática**. Springer, Berlim, Heidelberg, 2011. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-17735-4_2. Acesso em 02 jul. 2002.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Porto Editora, 1994.

BRASIL. Congresso Nacional. **Lei 5.540 de 28 de novembro de 1968**. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 03 dez. 1968. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L5540.htm. Acesso em: 16 ago. 2023.

BRASIL. Conselho Federal de Educação. **Parecer n. 252/1969**. Estudos pedagógicos superiores. Mínimos de conteúdos e duração para o curso de graduação em pedagogia. Relator: Valnir Chagas. Documenta, Brasília, n. 100, p. 101-179, 1969.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Federal de Educação. **Resolução nº. 2 de 12 de maio de 1969**. Estabelece os conteúdos e a duração do Curso de Graduação em Pedagogia. In: SCHUCH, Vitor Francisco (org.). Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1969.

BRASIL. Congresso Nacional. **Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em: 16 ago. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais**: **Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 04 abr. 2022.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Resolução nº. 01 de 18 de fevereiro de 2002**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf. Acesso em: 09 jul. 2010.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução n. 1 de 15 de maio de 2006**. Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Pedagogia. Brasília, DF: 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_06.pdf. Acesso em: 20 fev. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **PNAIC: Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa.** Cadernos de formação. Brasília: MEC/SEF, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Apresentação / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/08/Apresentacao.pdf. Acesso em: 25 set. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Base Nacional Comum Curricular*: Educação Infantil e Ensino**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 17 out. 2021.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP n. 2, de 20 de dezembro de 2019.** Brasília-DF, 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-r-cp002-19/file. Acesso em: 20 fev. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Divulgação dos resultados**: Censo da Educação Superior 2021. Brasília: MEC, 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/notas_estatisticas_censo_da_educacao_superior_2021.pdf. Acesso em: 04.out.2023.

BRASIL. Plano Nacional de Educação (PNE). **Balanço do Plano Nacional de Educação**, 2023. Disponível em: https://media.campanha.org.br/acervo/documentos/Balanco-PNE-2023.pdf. Acesso em 15 jul. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2022**: notas estatísticas. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/areas_de_atuacao/notas_estatisticas_censo_da_educacao_basica_2022.pdf. Acesso em: 12 mai. 2023.

CAMARGO, G.G et al. Desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças?... possibilidades de práticas na educação infantil. In: NACARATO, A. M,; CUSTÓDIO, I. A. (Org.). **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará).** Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Vol. XVI, Nº 2, 2007. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em: 03 mai. 2022.

CARPENTER, T. P.; LEVI, L.; FRANKE, M. L.; ZERINGUE, J. K. Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. **ZDM**: The International Journal on Mathematics Education, 2005.

CALLEFE, L. G.; MOREIRA, H.. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2018.

CARRAHER, D. W. *et al.* Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education,** 2(37), 87-115, 2006. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/298917525_Arithmetic_and_algebra_in_early_mathematics_education. Acesso em: 10 mai. 2023.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. In:LESTER, F. (Org.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Greenwich: Information Age Publishing, 2007, p. 669–705.

CÁSSIO, F. Existe vida fora da BNCC? In: CÁSSIO, F.; CASTELLI JR., R. (Org.). **Educação é a base?** 23 educadores discutem a BNCC. São Paulo: Ação Educativa, 2019. Existe vida fora da BNCC? p. 13-39.

COELHO, U. F.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 171-187**,** mês. 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 26 jul. 2022.

CONTRERAS, J. **A autonomia de professores**. São Paulo: Cortez, 2002.

COSTA, J. M. et al. Formação em Matemática de Licenciandos em Pedagogia: uma análise à luz do pluralismo metodológico. **Bolema Boletim de Educação Matemática** 31(58):719-738, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/319412111_Formacao_em_Matematica_de_Licenciandos_em_Pedagogia_uma_analise_a_luz_do_pluralismo_metodologico. Acesso em: 24 jun. 2022.

CURI, E. Conhecimentos para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um longo caminho percorrido e a percorrer na pesquisa e na prática. **ACERVO - Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, *[S. l.]*, v. 3, p. 1–20, 2021. Disponível em: https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/32. Acesso em: 01 mai. 2023.

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Editora Palas Athena, 1997.

DEMO, P. **Pesquisa:** principio científico e educativo. 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

DEVLIN, K. **Matemática:** A ciência dos padrões. Porto: Porto Editora, 2002.

DUARTE, N. **O debate contemporâneo das teorias pedagógicas**. In: DUARTE, N; MARTINS, L. (Orgs.). Formação de professores: limites contemporâneos e alternativas necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 33-49.

FAYOL, M. **Numeramento:** aquisição das competências matemáticas. São Paulo: Parabólica Editorial, 2012, p. 112.

FERNANDES, V. M. J.; CURI, E. Formação inicial de professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental: a matemática em questão. **REnCiMa**, v. 9, n.6, p. 52. 2018. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2085/1074. Acesso em: 03 jun. 2022.

FERREIRA, A. G. et al. Early álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: manifestações do pensamento algébrico. **Revista Contexto & Educação**, ano 36, nº 113 Jan./Abr., 2021. Disponível em: https://www.academia.edu/64271452/Early_Algebra_Nos_Anos_Iniciais_Do_Ensino_Fundamental_Manifesta%C3%A7%C3%B5es_Do_Pensamento_Alg%C3%A9brico. Acesso em: 03 jun. 2022.

FERREIRA, M. C. N. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais. **REnCiMa,** v. 8, n. 5, p. 16-34, 2017. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1247. Acesso em: 03 jun. 2022.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 496–514, 2017. DOI: 10.20396/zet. v25i3.8648585. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585. Acesso em: 16 abr. 2022.

FIGUEIRÊDO, A. M.; CICILLINI, G. A. Sobre as professoras dos primeiros anos e suas práticas: influencias da formação. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. 60, p. 293-304, abr./jun. 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/j/er/a/XzDh5Fh94zwqVf94XYqbKdC/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 16 jul. 2022.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp. Campinas, v.4, n.1[10], p.78-91, 1993. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

FIORENTINI, D. et al. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-160, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

FREITAS, L. C. **Crítica da organização do trabalho pedagógico e da didática**. 11ª ed. São Paulo: Papirus, 2012.

FREITAS, L. C. **A reforma empresarial da educação:** nova direita, velhas ideias. 1 ed. São Paulo: Expressão Popular, 2018.

FRIGOTTO, G. **Educação e a crise do capitalismo real**. 6 ed. São Paulo: Cortez, 2010.

GALEANO, E. **O Livro dos Abraços**. Porto Alegre: L&PM, 1995.

GAMBOA, Silvio Sánchez. **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos:** a dialética entre perguntas e respostas. Chapccó: Argos, 2013.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out/dez. 2010. Disponível em: https://www.scielo.br/j/es/a/R5VNX8SpKjNmKPxxp4QMt9M/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 02 jun. 2022.

GÓES, L. P. **Ponto por ponto, costura pronta**. São Paulo: Evoluir, 2003.

GOIÁS. **Lei nº 21.071, de 9 de agosto de 2021**. Cria o Programa de alfabetização AlfaMais Goiás pela criança alfabetizada. Goiânia, 2021. Disponível em: https://site.educacao.go.gov.br/files/alfamais/21-071-2021-antiga.pdf. Acesso em: 15 out.2023.

GOIÁS. Guia AlfaMais Goiás. **Programa em regime de colaboração pela criança alfabetizada**. SEDUC-Goiás. Goiânia, 2022. Disponível em: https://site.educacao.go.gov.br/leis.html. Acesso em: 15 out.2023.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Fac. De Física, PUCRS. Porto Alegre, 2008. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto+Completo-0.pdf. Acesso em: 23 out. 2021

GOMES, S. M.; PALMA, R. C. D. As dificuldades de aprendizagem em Matemática: as propostas pedagógicas dos cursos de pedagogia em Porto Velho. **Rev. Fac. Educ.** (Univ. do Estado do Mato Grosso), v. 31, n. 1, jan/jun, 2019. Disponível em: http://www2.unemat.br/revistafaed/content/vol/vol_31/artigo_31/197_220.pdf. Acesso em: 03 jun. 2022.

GROENWALD, C. L. O. **Pensamento aritmético e pensamento algébrico no ensino fundamental**. IV EIEMAT, 2014. Disponível em: https://docplayer.com.br/32836254-Pensamento-artimetico-e-pensamento-algebrico-no-ensino-fundamental.html. Acesso em: 05 dez. 2022.

JUNGBLUTH, A. **Álgebra no currículo de Matemática dos Anos Iniciais**: e agora? 2020. Dissertação (Mestrado Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/216632. Acesso em: 12 abr. 2022.

KAMII, C. **A criança e o número:** implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. 11ª ed. São Paulo: Papirus, 1990.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (Eds.). **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

KAPUT, J. J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: J. Kaput, D. Carraher, M. Blanton (Eds.), **Algebra in the Early Grades** (p. 5–17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum/Taylor & Francis Group & National Council of Teachers of Mathematics, 2008.

KAPUT, J.J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Ed.) **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in matehematics**, v 12, n 13, p317-26 ago 1981. Dordrecht. Holland and Boston, USA, 1981.

KIERAN, Carolyn. Algebraic Thinking in the Early Grades: What is it?. **Mathematics Educator**, v.8, n.1, p. 139-151, 2004.

KUHN, M. C.; SCHÖNINGER, J. A. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: possíveis conexões teóricas e práticas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática.** São Paulo, v. 12, n. 6, p. 1–20, 2021. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/3162. Acesso em: 16 abr. 2022.

LIBÂNEO, J. C.; PIMENTA, S. G. Formação de profissionais da educação: Visão crítica e perspectiva de mudança. **Educação & Sociedade**, ano XX, nº 68, Dez., 1999. Disponível em: https://www.scielo.br/j/es/a/GVJNtv6QYmQY7WFv85SdyWy/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 12 set.2023.

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. **Educar**, Curitiba, n. 17, p. 153-176. 2001.

LIBÂNEO, J. C. Formação de Professores e Didática para Desenvolvimento Humano. **Educação & Realidade,** Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 629-650, abr./jun. 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edreal/a/GB5XHxPcm79MNV5vvLqcwfm/abstract/?lang=pt. 02 set. 2022.

LIBÂNEO, J. C.; SILVA, E. Finalidades educativas escolares e escola socialmente justa: a abordagem pedagógica da diversidade social e cultural. **Revista on-line de Política e Gestão Educacional,** Araraquara, v. 24, n. esp. 1, p. 816-840, 2020. Disponível em: https://periodicos.fclar.unesp.br/rpge/article/view/13783. Acesso em: 02 set. 2022.

LIMA, J. R. C.; BIANCHINI, B. L. A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Rev. Prod. Disc.** Educ.Matem.**,** São Paulo, v.6, n.1, p. 197-208, 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/32595. Acesso em: 03 jun. 2022.

LINS, R. **O modelo teórico dos Campos Semânticos:** uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Dynamis, Blumenau. v.l, n. 7, p.29-39. abr/jun 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A**. Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. 2ª ed. Rio de Janeiro: E.P.U, 2013.

MARTINS, P. B., NACARATO, A. M., MORETTI, V. D. Educação Matemática na Licenciatura em Pedagogia. **Revista De Educação Matemática**, *20* (Edição Especial), 2023. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/363. Acesso em: 15. nov. 2023.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva.** 2. ed. rev. Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologias da pesquisa para o professor pesquisador**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOREIRA, J. S.; PINTO, U. A. A (in)visibilidade do debate epistemológico sobre a Pedagogia no interior do próprio curso: um estudo em universidades públicas do estado da Bahia. **Rev. Eletrônica Pesquiseduca**. Santos, V.13, N. 31, Especial, p.775-800, novembro 2021.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? São Paulo, **Revista Pro-Posições,** v. 3, n. 17, p. 39-54, março de 1992. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424/11844. Acesso em: 15 dez. 2021.

MORETTI, VIRGENS, ROMEIRO. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021 Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/C3wCGx7Vfp4MSWFX3Nbrc9D/. Acesso em: 24. Fev. 2023.

MOURA, M.; SFORNI, M.; LOPES, A. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. (ORG.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: edições Loyola, 2017.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Org). **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará)**.** Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 14-24.

NÓVOA, A. **Formação de professores e profissão docente**. Lisboa, Dom Quixote,1992. Disponível em: http: //hdl.handle.net/10451/4758. Acesso em: 02 jul.2023.

NÓVOA, A. Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 44, n. 3, e84910, 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edreal/a/DfM3JL685vPJryp4BSqyPZt/. Acesso em: 12 set. 2023.

NCTM. **Princípios e normas para a Matemática escolar**. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, V.; PAULO, R. M. Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.21, n.3, pp.75-95, 2019. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/44272/pdf. Acesso em: 23 ago. 2023.

PANIAGO, R. N. **Os professores, seu saber e ser fazer:** elementos para uma reflexão sobre a prática docente. Curitiba: Appris, 2017.

PASSOS, C.L.B.; NACARATO, A. M. A trajetória e perspectivas para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Estudos avançados,** v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/eav/article/view/152683/149157. Acesso em: 24 ago. 2022.

PIMENTA, S. G.; SEVERO, J. L. R. L. A Pedagogia entre o passado e a contemporaneidade: apontamentos para uma ressignificação epistemológica. **Revista Inter Ação**, 40(3), 477-492, 2015. Disponível em: https://www.revistas.ufg.br/interacao/article/view/35869. Acesso em: 20 jun. 2021.

PIMENTA, S. G. et al. Os cursos de licenciatura em pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 43, n. 1, p.15-30, jan./mar. 2017.

PONTE, J.P; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso em: 27 mai. 2023.

RADFORD, L. Pensamento algébrico e as generalizações de padrões: uma perspectiva semiótica. V 1, jan/jan. **Anais PME-NA**, 2006. Disponível em: Download citação do pensamento algébrico e a generalização de padrões: uma perspectiva semiótica (researchgate.net). Acesso em: 23 set. 2023.

RADFORD, L.; MORETTI, V. D. **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará)**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

RIBEIRO, J. A.; ALBRECHT, E. Currículo do curso de Pedagogia: uma reflexão sobre o professor e o ensino de matemática no ensino fundamental. **Research, Society and Development**, vol. 7, núm. 11, 2018. Disponível em: https://www.redalyc.org/journal/5606/560659018009/560659018009.pdf. Acesso em: 15. ago. 2022.

RIBEIRO, A.J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e de função. São Paulo: Autêntica, 2015.

RUBINSTEIN, C. et al. **Bem-me-quer:** matemática, 1º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2021.

SANTOS, C. A. B.; SILVA, E. A. Ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma reflexão sobre a BNCC e o currículo municipal. **EM TEIA –Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** –vol. 11-número 3–2020. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/248057/pdf. Acesso em: 15. dez. 2022.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14 n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/45rkkPghMMjMv3DBX3mTBHm/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 05 set. 2022.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica:** primeiras aproximações. 11ª ed.rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SAVIANI, D.; DUARTE, N. (Org.). **Pedagogia histórico-crítica e luta de classes na educação escolar.** Campinas – SP: Autores Associados, 2012.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. 44ª ed. Capinas. SP: Autores Associados, 2021.

SEVERO, J. L. R. de L.; PIMENTA, S. G. A pedagogia entre o passado e a contemporaneidade: apontamentos para uma ressignificação epistemológica. **Revista Inter-Ação**, Goiânia, v. 40, n. 3, p. 477–492, 2015. DOI: 10.5216/ia.v40i3.35869. Disponível em: https://revistas.ufg.br/interacao/article/view/35869. Acesso em: 15 abr. 2023.

SILVA, A. P.; ORTIGÃO, M. I. R. Relações teórico-práticas na formação Matemática de professores do ensino fundamental: velhos e novos desafios. **Revista de Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 19, n. Edição Especial, 2022. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/69. Acesso em: 16 abr. 2022.

SILVA, D. A. **(Re)vendo a formação continuada de professores que ensinam matemática quando o assunto é pensamento algébrico:** limites e desafios. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), 2022. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/16420/RE-VENDO%20A%20FORMA%c3%87%c3%83O%20CONTINUADA%20DE%20PROFESSORES%20QUE%20ENSINAM%20MATEM%c3%81TICA%20QUANDO%20O%20ASSUNTO%20%c3%89%20PENSAMENTO%20ALG%c3%89BRICO-LIMITES%20E%20DESAFIOS.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 23 dez. 2024.

SILVA, J. A. Impossibilidades e táticas de resistência para currículos de Matemática nos anos iniciais. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.19, n.3, pp.84-104, 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/32955/pdf. Acesso em: 17 ago. 2022.

SILVA, J. M. **Indícios da aprendizagem de professoras dos anos iniciais acerca do pensamento algébrico em um grupo de estudos.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – INMA/UFMS, 2022. Disponível em: https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/4517/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20-%20JOCELEI%20MIRANDA%20DA%20SILVA_PPGEduMat_Vers%c3%a3o%20Final%2022.03.2022.pdf. Acesso em: 17 dez. 2024.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2009.

SOUSA, M.; PANASSION, M. L; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014. p. 13-19.

SHULMAN, L.S. Paradigmas e Programas de Pesquisa no Estudo do Ensino: Uma Perspectiva Contemporânea. *In*: Wittrock, MC, Ed., **Handbook of Research on Teaching,** 3rd Edition, Macmillan, New York, 1996.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de educação**, Jan/Fev/Mar/Abr, p. 05-24, nº 13, 2000. Disponível em: http://www.ergonomia.ufpr.br/Metodologia/RBDE13_05_MAURICE_TARDIF.pdf. Acesso em: 23. Mar. 2023.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. G. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015. Disponível em:

https://www.scielo.br/j/bolema/a/GqBLw5M9bHhx7KqrdQMv84h/abstract/?lang=pt. Acesso em: 15 mar. 2023.

VALE, I. et al. **Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática–** propostas curriculares para o ensino básico. Viana do Castelo: ESEVC-Projecto Padrões, 2011.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização**. Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.21, n.3, pp. 398-418, 2019.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. – 6ª ed. – Porto Alegre: Penso, 2009.

APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO

SEÇÃO 1: DADOS PESSOAIS/SOCIOECONÔMICOS

1. 1 Nome completo sem abreviações:

____

1.2 E-mail institucional:

____

1.2 Telefone com DDD e WhatsApp:

____

1.4 Data de nascimento (dia, mês, ano):

____

1.5 Endereço:

____

____

____

1.6 Estado civil: ____

1.7 Cor/Raça ( ) Amarela ( ) Branca ( ) Parda ( ) Indígena ( ) Preta

1.8 Renda familiar: ( ) número de dependentes da renda

( ) número de filhos(as)

( ) Até 0,5 salário mínimo

( ) De 0,5 a 1 Salário mínimo

( ) De 1 a 1,5 Salários mínimos

( ) De 1,5 a 2,5 Salários mínimos

( ) De 2,5 a 3 Salários mínimos

( ) De 3 a 5 Salários mínimos

( ) Acima de 5 Salários mínimos

SEÇÃO 2: EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

2.1 Em qual (quais) escola (s) você leciona?

____

____

____

____

2.2 Assinale ou preencha as informações a seguir:

	Ed. Infantil	1º ano/ EF	2º ano/EF	3º ano /EF	4º ano/EF	5º ano/EF
Assinale em qual(is) série(s) você já atuou.						
Assinale a que você está atuando						
Tempo de serviço em cada						

2.3 Você atua nos anos iniciais há quanto tempo?

____

____

SEÇÃO 3: FORMAÇÃO

3.1 Formação acadêmica inicial curso(s) de graduação:

____

____

3.2 Sua formação inicial (graduação) foi em faculdade/universidade/IES:

a) [ ] Pública

b) [ ] Privada

c) [ ] Pública e privada

d) [ ] outros ____.

3.3 Como foi sua trajetória na graduação? (Sugestão: Em termos de conhecimento: quanto aspectos positivos e negativos)

____

____

____

____

____

3.3.2. Qual a importância da graduação para sua vida pessoal e profissional?

____

____

____
____
____

3.4 Você fez ou faz alguma formação continuada?

(   ) Não

(   ) Sim.   Qual (is) e sobre o quê? ____
____
____

3. 5 Qual foi sua última formação continuada e em que ano?
____
____
____

3.6 Como foi sua formação inicial a respeito de disciplinas pedagógicas e específicas (principalmente em relação aos saberes matemáticos)?
____
____
____
____
____
____

3.7 Quais disciplinas você acrescentaria em sua formação inicial?
____
____
____
____

SEÇÃO 4: SOBRE ÁLGEBRA - PASSADO E CONTEXTO ATUAL

4.1 Assinale a seguir sua opinião em relação ao ensino de álgebra recomendado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

a) [   ] desconheço do que se trata.
b) [   ] nunca ensinei a unidade temática álgebra.
c) [   ] ensino somente o que compreendo sobre o tema.

d) [ ] acho as recomendações confusas.
e) [ ] Sinto necessidade de estudar e compreender melhor a BNCC.

4.2 Como estudante, o que lhe vem à memória sobre álgebra? Nos conte sua experiência a respeito desse conhecimento separando em níveis de ensino:

(1) Ensino Fundamental;

____
____
____

(2) Ensino Médio; ____
____
____

(3) Graduação ____
____
____

4.3 Caso não tenha respondido na questão anterior, na graduação você teve alguma disciplina que abordou o tema álgebra ou pensamento algébrico nos anos iniciais? Ou matemática, além da didática? Socialize sua experiência.

____
____
____
____
____

4.4 Você participou de formações em outros locais, grupos de estudo ou eventos sobre Álgebra ou pensamento algébrico nos Anos Iniciais?

a) ( ) não
b) ( ) sim. Escreva sobre essa(s) experiência(s):

____
____
____
____

4.5 Você gostaria de participar de um momento formativo sobre álgebra nos anos iniciais?

a) ( ) sim
b) ( ) não
c) ( ) depende dos horários
d) ( ) outros ____

4.6 Qual sua opinião a respeito da Unidade temática álgebra, apresentada na BNCC - 2017?

a) [ ] desconheço
b) [ ] quero conhecer melhor o conteúdo sobre essa unidade temática
c) [ ] sinto necessidade de dominar melhor essa unidade temática
d) [ ] quero conhecer melhor essa unidade temática para relacioná-la com situações cotidianas.
e) [ ] sinto necessidade de compreender essa unidade temática para entender como os(as) estudantes raciocinam.
f) [ ] sinto necessidade de atividades que desenvolvam o pensamento algébrico nos(as) estudantes.

4.7 Em seu município foi construída as diretrizes curriculares 2020 para o Ensino Fundamental, de acordo com as orientações da BNCC?

a) ( ) sim
b) ( ) não
c) ( ) não tenho conhecimento sobre as diretrizes
d) ( ) outros ____

4.8 Caso as diretrizes curriculares tenham sido construídas, você participou? Como foi a dinâmica? E em caso negativo, quais diretrizes você está utilizando?

____

____

____

4. 9 Você está ensinando álgebra? Se sim, como você está ensinando os conteúdos voltados a essa unidade temática?

____

____

____

____

4.10 Você encontra dificuldades para ensinar a unidade temática álgebra? Se sim, quais?

____

____

____

____

____

Ao responder este questionário declaro que li as informações contidas no termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE), estando ciente sobre os objetivos e, os procedimentos utilizados no estudo, os riscos/constrangimentos/desconfortos, os benefícios, que não haverá custos/reembolsos aos participantes e a confidencialidade da pesquisa. Foi-me garantido que posso retirar o consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade.

Dessa forma, pedimos que assinale um dos itens abaixo:

a) ( ) Concordo em participar da pesquisa e permito a divulgação da minha opinião nos resultados que serão apresentados na forma de dissertação do mestrado e também publicados em artigos, livros e em eventos científicos, garantindo o anonimato.
b) ( ) Não concordo com a divulgação da minha opinião.

4.11 Você gostaria de participar da pesquisa "A compreensão dos(as) professores(as) sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais a partir das (des)orientações da Base Nacional Comum Curricular?

a)) sim

b) ( ) não

c) ( ) outros ____.

4.12 Tem disponibilidade para participar de quantos encontros semanais?

a) ( ) 1

b) ( ) 2

c) ( ) 3

4.13 Qual(is) dias da semana e horários disponíveis para participar do curso? (Ex. quarta - 19 h às 22h)

____

____

4. 14 Caso você aceite participar, gostaria que o curso ocorresse presencial e/ou remoto?

a) ( ) remoto

b) ( ) presencial

c) ( ) parte presencial e parte remota

d) ( ) outros ____.

4.15 Quero participar do grupo de WhatsApp para maiores informações.

a) ( ) sim

b) ( ) não

APÊNDICE B: PRODUTO EDUCACIONAL

Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM)

INSTITUTO FEDERAL
Goiás
Câmpus
Jataí

PROPOSIÇÃO DE TAREFAS QUE INSTIGAM O PENSAMENTO ALGÉBRICO: INTERAÇÕES COM PROFESSORES(AS) DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MARIA NEIDE FILHA
VIVIANE BARROS MACIEL

JATAÍ, 2024

Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM)

INSTITUTO FEDERAL
Goiás
Câmpus
Jataí

"ÁLGEBRA"

NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

PRODUTO EDUCACIONAL

PPGECM-IFG

MARIA NEIDE FILHA
VIVIANE BARROS MACIEL

CONFIRA

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Curso de formação continuada

Nome Completo da Autora: Maria Neide Filha
Matrícula: 20221020280100
Título do Trabalho: Proposição de tarefas que instigam o pensamento algébrico: interações com professores(as) dos anos iniciais do ensino fundamental

Autorização - Marque uma das opções

1. (   ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. (X) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data 31/03/2025 (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
(x) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

gov.br
Documento assinado digitalmente
MARIA NEIDE FILHA
Data: 19/08/2024 17:29:32-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Jataí, 19/08/2024.
Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

INSTITUTO FEDERAL
Goiás

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

[ ] Tese
[ ] Dissertação
[ ] Monografia – Especialização
[ ] TCC - Graduação
[ ] Artigo Científico
[ ] Capítulo de Livro
[ ] Livro
[ ] Trabalho Apresentado em Evento
[x] Produto Técnico e Educacional - Tipo: Curso de formação continuada

Nome Completo da Autora: Viviane Barros Maciel
Matrícula: SIAPE: 2450587
Título do Trabalho: Proposição de tarefas que instigam o pensamento algébrico: interações com professores(as) dos anos iniciais do ensino fundamental

Autorização - Marque uma das opções

1. ( ) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. (X) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data 31/03/2025 (Embargo);
3. ( ) Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

( ) O documento está sujeito a registro de patente.
(x) O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
( ) Outra justificativa: ____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 19/08/2024.
Local Data

gov.br Documento assinado digitalmente
VIVIANE BARROS MACIEL
Data: 19/08/2024 15:54:53-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM)

INSTITUTO FEDERAL
Goiás
Câmpus
Jataí

MARIA NEIDE FILHA
VIVIANE BARROS MACIEL

PROPOSIÇÃO DE TAREFAS QUE INSTIGAM O PENSAMENTO ALGÉBRICO: INTERAÇÕES COM PROFESSORES(AS) DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional vinculado à dissertação: Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico.

Jataí, Goiás
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Neide Filha, Maria.

Proposição de tarefas que instigam o pensamento algébrico: interações com professores(as) dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Produto Educacional vinculado à dissertação Momentos interativos com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo conhecimentos sobre o pensamento algébrico [manuscrito] / Maria Neide Filha; Viviane Barros Maciel. - 2024.

95 f.; il.

Produto Educacional (Mestrado) – Curso de Formação Continuada – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2024.

Bibliografias.

ISBN: 978-65-01-13653-0

1. Formação continuada. 2. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 3. Desenvolvimento do pensamento algébrico. I. Maciel, Viviane Barros. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F032/2024-2.

MARIA NEIDE FILHA

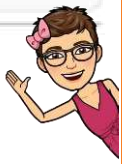
PROPOSIÇÃO DE TAREFAS QUE INSTIGAM O PENSAMENTO ALGÉBRICO: INTERAÇÕES COM PROFESSORES/AS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação para Ciências e Matemática, defendido e aprovado, em 28 de junho do ano de 2024, pela banca examinadora constituída por: **Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel -** Presidente da banca/Orientadora - Universidade Federal de Jataí **-** UFJ; **Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes -** Membro interno - Universidade Federal de Mato Grosso Sul **-** UFMS, e **Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco -** Membro externo - Universidade Federal de São Carlos - UFSCar. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê da estudante.

(assinado eletronicamente)
Prof.ª Dra. Viviane Barros Maciel
Presidente da Banca (Orientadora – UFJ)

(assinado eletronicamente)
Profª. Drª. Adriana Aparecida Molina Gomes
Membro interno (UFMS)

(assinado eletronicamente)
Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco
Membro externo (UFSCar)



SUMÁRIO

PREFÁCIO

Creio que a liberdade combina com a audácia - a audácia de ser o que se é, de ir e vir quando se deseja, sem fugir. Desistir é fácil; ficar e lutar exige mais. Há um compromisso intrínseco à carreira docente: a contribuição para a formação cidadã, que perpassa (ou deveria perpassar) todas as áreas do conhecimento.

A Matemática também deve ser uma "ferramenta" que liberta; ao apreendê-la, ganhamos "artefatos" que ampliam nossa visão e abrem nossa compreensão, não só da ciência em si, mas do mundo. Se não fosse assim, para que estudá-la?

Ao realizar a leitura de "Proposição de tarefas que instigam o pensamento algébrico: interações com professores(as) dos anos iniciais do Ensino Fundamental", produto de uma reflexão profunda realizada na dissertação de Neide, orientada por Viviane, e que apresenta tarefas para o trabalho com o pensamento algébrico com os formadores, percebi esses dois elementos - liberdade e audácia - e outros mais.

Ao mergulhar no texto, senti-me provocada a pensar o pensamento. Como ele se dá? O que é necessário? Como ensinamos alguém a pensar? A gente ensina o outro a pensar? E pensar algebricamente? E as autoras foram me conduzindo a algumas dessas respostas de uma maneira lúdica, afetuosa, colorida, alegre e viva.

No delicioso texto da tarefa da blusa da Gerusa, transitamos das palavras para a Matemática, e esse é um dos pontos importantes do material: não separar, mas mostrar as relações, as possibilidades. E não se engane, por trás da ludicidade há uma reflexão profunda sobre o trabalho, sobre classes sociais. Da blusa, passamos às blusas e, daí, à lavanderia, seguindo por situações comuns, mas que guardam uma riqueza que se explicita na proposição das atividades a partir delas.

Quem não tem um coreto na escola? Quem nunca brincou de "andar de trem"? Ou de pular amarelinha? Com o Sapo Bocarrão – guloso e de boca enorme – continuamos a jornada em busca da construção do pensamento algébrico, substituindo palavras por letras, depois letras por números, refletindo sobre a igualdade e suas possibilidades.

Encontramos também tarefas "clássicas", como as do baralho e dos fósforos; ou, para não fugir ao apelo da tecnologia tão exigido nos dias atuais, as autoras apresentam alguns jogos digitais que seguem o objetivo de contribuir para a reflexão e a aprendizagem do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Será que desenvolvi o pensamento algébrico com elas? Você terá que ler e fazer as tarefas para saber. Saber para si, primeiro. Saber para se sentir apto, feliz, capaz; saber para socializar. Saber para transformar o ensino da Matemática e, também, a sociedade em que vivemos.

Que alegria a minha por acompanhar o voo desse pássaro encantado! Quero continuar como a menina que espera o pássaro voltar, curiosa com as novas cores que ele trará.

E que possamos, todos nós, destruir as gaiolas. Termino fazendo menção, novamente, a Rubem Alves, na esperança de que todo professor e professora encontrem as condições necessárias para que as escolas sejam asas. Parabéns meninas!

> Há escolas que são gaiolas e há escolas que são asas.[...]
> Escolas que são asas não amam pássaros engaiolados.
> O que elas amam são pássaros em voo.
> Existem para dar aos pássaros coragem para voar.
> Ensinar o voo, isso elas não podem fazer, porque o voo já nasce dentro dos pássaros.
> O voo não pode ser ensinado. Só pode ser encorajado.

Profa. Dra. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos

Graduada em Licenciatura em Matemática IME - UFG, mestrado em Educação pela FE-UFG e doutorado pela PUC - SP. Atualmente é professora do IME-UFG. Tem experiência na área de educação matemática, com ênfase em didática da matemática, linguagem e formação de professores atuando principalmente nos seguintes temas: aprendizagem, ensino e metodologias. Já ministrou disciplinas para a graduação, especialização e mestrado profissional PROFMAT, tais como: Metodologia de Pesquisa, Tecnologia Educativa, Avaliação. Também já lecionou Cálculo Diferencial e Integral para os cursos de Engenharia, Agronomia e Computação. Já atuou (e atua) em várias coordenações e programas. Gosta de música, poesias e gatos.

APRESENTAÇÃO

Prezados(as),
Professores(as) que ensinam ou ensinarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF).

Este produto educacional foi desenvolvido durante o Mestrado em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) do IFG-Câmpus Jataí-Goiás, Linha de pesquisa Fundamentos, metodologias e recursos para a educação para Ciências e Matemática e Sublinha Educação Matemática. Traz tarefas realizadas com professoras dos anos iniciais do EF relacionadas à unidade temática álgebra, na proposição do desenvolvimento do pensamento algébrico.

No contexto atual, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), que estabeleceu prescrições para um "currículo mínimo" (baseado em competências e habilidades), o(a) professor(a) da escola pública e privada se viu diante de uma nova demanda: ensinar álgebra para crianças.

É neste cenário que Passos e Nacarato (2018, p. 119) salientam que, na maior parte dos casos, as atividades dos(as) professores(as) têm se "[...] limitado a atender as demandas e prescrições que chegam, não havendo tempo para discussão e reflexão".

Desta maneira, nos momentos de interação com as professoras, intentamos explorar sequências, padrões, regularidades e funções. Com esta proposta, pretendemos dar voz a essas profissionais, para que possam refletir a respeito do ensino de álgebra nos anos iniciais, de forma a buscar a compreensão desse saber, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, em direção à aritmética generalizada e ao pensamento funcional. Neste processo, a generalização é elemento chave.

Assim, esperamos que, durante os momentos interativos, haja discussão e muitas reflexões acerca das tarefas e discussões propostas cujo objetivo foi o desenvolvimento do pensamento algébrico, de forma a proporcionar elementos que colaborem com a qualidade do processo ensino-aprendizagem e com a formação de professores(as).

Convidamos você para apreciar o material e esperamos que lhe seja útil, assim como foi e é para nós.

NÃO PERCA TEMPO!

MÃOS A OBRA!

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

> Se, na verdade, o sonho que nos anima é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a escutar, mas é escutando que aprendemos a ferir com eles. Somente quem escuta paciente e criticamente o outro, fala com ele. Mesmo que, em certas condições, precise de falar a ele. O que jamais faz quem aprende a escutar para poder falar com é falar impositivamente (Freire, 2002, p. 58).

Em uma prática que seja de fato educativa, formativa, há a necessidade de se conhecer os sujeitos, conhecer suas necessidades, a realidade material de trabalho em que estão inseridos, priorizar o estar presente com eles e não para eles. Neste processo, todes são emissores e destinatários, na relação constante de ação-reflexão-ação.

E, deste modo, o processo educacional, a aquisição de conhecimentos, visa a alcançar uma condição libertadora/emancipadora dos sujeitos que, envolvidos, se constitui um coletivo o qual trabalha na educação pública, docentes no município de Senador Canedo, Goiás.

Assim, inicialmente, foi elaborado um questionário com questões abertas e fechadas para conhecer as professoras.

Após a análise das respostas, e em conversas com as professoras, foram propostas algumas tarefas em relação ao conteúdo de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sem imposições, podendo ser modificado de acordo com a necessidade do grupo no decorrer do caminhar.

Entendemos que as professoras, inclusive a pesquisadora/orientadora, estarão em duplo movimento: aprender-ensinar/ensinar-aprender, que é cíclico, dialético.

Desse modo, os momentos buscaram a produção de sentido. As professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais também realizam o movimento constante de aprender/ensinar, pois o processo de ensino-aprendizagem é indissociável.

Nesta perspectiva, "[...] seria impossível sabermos inacabados e não se abrir ao mundo e aos outros à procura de explicações, de respostas as múltiplas perguntas (Freire, 2002, p. 70). O processo de ensino-aprendizagem é sistêmico, uma grande ciranda, que envolve disputas constantes, que está sempre em movimento, até quando os(as) "tomadores(as) de decisões", impõem prescrições, de cima para baixo, não dando voz a quem deveria.

Mesmo não participando desse movimento, movimenta a roda. Não sabemos quem, de fato, movimenta a roda, sabemos que, historicamente, a necessidade de movimentar ao contrário do que está posto causa adoecimento à classe trabalhadora.

Os (as) "responsáveis" pela elaboração das políticas públicas em educação não levam em conta os atores que realizam esse trabalho e desconsideram os conhecimentos pedagógicos, de conteúdo, de vivência, experiência e os vários contextos em que estão inseridos.

É neste cenário que propomos os momentos interativos com as professoras, que se encontram sobrecarregadas, desvalorizadas, desesperançosas, com muitos demandas e pouco tempo para dar conta de tantas cobranças, inclusive participar dessa pesquisa.

Propomos cinco momentos interativos que ocorreram em formato presencial e remoto (síncrono e assíncrono).

Incialmente, foi pensado presencialmente, no entanto, ao constatarmos o contexto das professoras, esse formato se mostrou totalmente impossível.

Diante dessa realidade, somente o primeiro momento foi realizado presencialmente, em um sábado letivo, com autorização da gestora da escola coparticipante. E os outros quatro momentos ocorreram remotamente, pelo Google Meet. Assim, continuar movimentando é preciso. Vamos começar? Primeiramente, vamos compreender o que significa pensamento algébrico.

PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para Blanton e Kaput (2005), o pensamento algébrico é o processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo e as expressam de formas progressivamente mais ou menos adequadas à sua idade.

Carraher e Schliemann (2007) consideram que o pensamento algébrico se refere a processos psicológicos na resolução de problemas que envolvem Matemática e podem ser expressos facilmente usando notação algébrica.

Nacarato e Custódio (2018) advogam que o pensamento algébrico é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à álgebra, como pensar analiticamente, generalizar, abstrair, etc.

Outra concepção é que o pensamento algébrico é uma das maneiras de produzir significado para a álgebra, sendo a generalização parte essencial desse pensamento, como qualquer outro (Lins; Gimenez, 1987). Dentre as formas de desenvolver o pensamento estão a aritmética generalizada, o pensamento funcional e a modelação (Kaput, 1999).

O consenso entre pesquisadores(as) é que o ensino de "álgebra" deve ser iniciado desde o começo da escolaridade, com continuidade nas diversas etapas de ensino, ou seja, durante toda a Educação Básica (Educação Infantil, anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio).

Assim, além de considerar os diversos contextos sociais, históricos e culturais, é necessário que esse ensino produza significado para a vida dos estudantes. Uma das formas de produzir significado para os saberes algébricos é por meio do enfoque no pensamento algébrico.

As atividades a serem desenvolvidas visando ao desenvolvimento desse pensamento não se esgotam na "manipulação formal", como ocorre nos anos finais do Ensino Fundamental, ou seja,

> Ela nos permite distinguir variedades de atividade algébrica-algébrica (isto é, aquela em que os significados são produzidos por pensamento algébrico): se "número" se refere aos reais, temos uma variedade, se refere-se aos complexos, temos outra, e assim por diante. Com isso, queremos dizer que não estamos interessados em reduzir "pensamento algébrico" a uma noção abstrata e extremamente genérica, [...] para que fique caracterizada uma atividade algébrica-algébrica, é preciso que conheçamos as propriedades dos "números" e das "operações aritméticas", termos genéricos, é verdade, mas que só ganham vida "concreta" na medida em que são especificados em sua particularidade, no interior da atividade em questão (Lins; Gimenez, 1997, p. 151-152).

Na exploração das atividades matemáticas algébricas, esses autores apontam dois objetivos centrais para os(as) estudantes: a capacidade de produção de significados e a de pensar algebricamente. O desenvolvimento de habilidades "técnicas" deve ser a consequência desses dois pontos. É importante que, nessas atividades, os(as) estudantes trabalhem com tabelas, retas numéricas, diagramas, gráficos, materiais visuais, materiais concretos e linguagem natural, elementos que os(as) levem a pensar algebricamente (Carraher; Schliemann, 2007).

Canavarro (2007, p. 106) acredita na importância das múltiplas representações ao salientar que "[...] a investigação sobre pensamento algébrico tem valorizado formas de representação que vão muito além das representações algébricas simbólicas".

Nacarato e Custódio (2018) pontuam que a unidade temática "algebra", apresentada na BNCC (Brasil, 2017), não contempla as várias discussões sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e que esse conteúdo também não está contemplado na formação inicial e continuada de professores(as) que ensinam Matemática nos anos iniciais do EF. As autoras questionam:

> Como ele irá enfrentar o ensino de Álgebra, com a compreensão de que, nesse ciclo de escolarização, o mais importante são os contextos que favoreçam os processos de percepção de regularidades, a identificação de padrões e a compreensão da relação de equivalência? (Nacarato; Custódio, 2018, p. 131).

Assim, pontuam que o desenvolvimento do pensamento algébrico precisa ser realizado intencionalmente, em que o conhecimento do(a) professor(a) esteja contemplado nas atividades propostas, com compreensão e aprofundamento, potencializando as intervenções e mediações em relação aos(às) estudantes, que irão construir e consolidar esse pensamento no decorrer de toda a sua escolaridade.

INSTITUTO FEDERAL
Goiás
Câmpus
Jataí

COMO DECIDIMOS CAMINHAR

Primeiramente, pensamos em um produto educacional, um e-book em que as tarefas seriam retiradas de outros(as) autores(as) que já trabalham com essa proposição do pensamento algébrico.

Em conversas durante a orientação, porém, houve a sugestão de elaborar algumas tarefas inéditas, trabalhando a temática com histórias, brincadeiras, jogos e partindo do universo das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, abrangendo desde o 1º ano até o 5º ano.

Como as professoras lecionam diversas disciplinas, a interdisciplinaridade poderia ser contemplada; a brincadeira, a oralidade e o lúdico estariam presentes. A oportunidade de construir as tarefas valorizando esse contexto também se fez presente.

Desse modo, foi construído o material em que esses elementos se destacaram ao propor as tarefas para as professoras.

Consideramos que elas poderiam também, de acordo com o ano de atuação, realizá-las com os(as) estudantes, ou mesmo servir de inspiração.

As tarefas se pautam em histórias, brincadeiras, dentre outros, que são produzidos histórica e socialmente, e que, de alguma forma, fazem, fizeram ou farão parte do universo das participantes e das crianças.

Assim, podemos verificar que uma história, brincadeira ou jogo são instrumentos que podem ser utilizados e transformados para construir conhecimentos matemáticos sistematizados, efetivando o papel central da escola: a mediação e apropriação dos conceitos científicos pelos(as) estudantes.

AMARELINHA


Pensando o que trabalhar em Matemática!
Pense você também!
Céu
5
3
4
2
1
Além de possibilitar vários conteúdos matemáticos. Leia também a poesia a seguir.
Terra

Tem tanta coisa que se faz na imaginação que parece que eu mesmo estava há história de estórias de brincar. Tem amarelinha uma coisa de mexer dentro da órbita do corpo...

... terra ...
quadrado, quadrado
dois pés
quadrado
um pé
quadrado, quadrado
dois pés
dois pés
um pé
dois pés
... céu ...

Dentro da ida da terra para o céu
coloca a parede no corpo e espelha na calçada de brincar com o pulo

... pula ...
pula, pula
pula, pula
pula
pula
pula, pula
pula, pula
pula, pula
pula
pula, pula
... pula ...

de quadrado em quadrado
ora dois ora um

Estas são as pontes de pedras em riscos no chão que voam com o corpo em direção ao outro pedaço de espera do próximo quadrado, ou próximos.
Amarelinha é aminho do sagrado, mesmo que a criança não saiba disso...

Então só brinca.

Gyannini Jácomo)

Como primeira tarefa, vamos explorar a história ponto por ponto-costura pronta. É uma história muito interessante. Vamos verificar do que se trata?

TAREFAS

PONTO POR PONTO-COSTURA PRONTA

- TÍTULO: Ponto por ponto- costura pronta
- AUTORA: Lúcia Pimentel Góes
- ILUSTRAÇÕES: Theo Siqueira
- EDITORA: Evoluir
- NÚMERO DE PÁGINAS: 24
- ANO DE PUBLICAÇÃO: 2003

SINOPSE

Em "Ponto por ponto - costura pronta", mostra-se, passo a passo, todo o processo da confecção da blusa de Gerusa, principal personagem do livro. Mostra a agulha, leva o(a) leitor(a) até a fazenda onde é produzido o algodão e nos apresenta ao agricultor que cuida da planta que é transformada em tecido.

Nesta interessante história escrita para crianças, a autora revela os instrumentos, movimentos e o trabalho necessário para permitir que a blusa de Gerusa fique pronta e linda. Uma "lengalenga" divertida que pode ser lida em vários ritmos e encantar todas as crianças. Vamos ler a história e realizar as tarefas propostas?

Ponto por ponto: costura pronta

Lúcia Pimentel Góes

Aqui está a agulha, que costura a blusa de Gerusa.

Aqui está a linha, que vai na agulha,
que costura a blusa de Gerusa.

Aqui está o algodão, que produz a a linha,
que vai na agulha, que costura a blusa de
Gerusa.

Aqui está a planta, que dá o algodão, que produz
a a linha, que vai na agulha, que costura a blusa
de Gerusa.

Aqui está o homem, que cuida da planta,
que dá o algodão, que produz a a linha, que
vai na agulha, que costura a blusa de
Gerusa.

Aqui está a calça, que veste o homem, que cuida da planta, que dá o algodão, que produz a a linha, que vai na agulha, que costura a blusa de Gerusa.

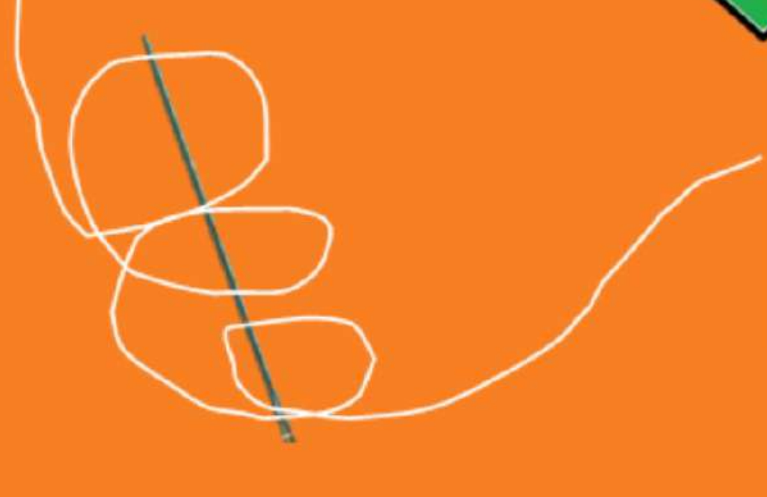
Aqui está o rato, que rói a calça, que veste o homem, que cuida da planta, que .....

Aqui está o gato, rato, que rói a calça, que veste o homem, que cuida da planta, que dá o algodão, que ...

Aqui está o cão, que morde o gato, que o rato, que róia calça, que veste o homem, que cuida da planta, que dá o algodão, que produz a a linha, que vai na agulha, que ...

Aqui está o <u>boi</u>, que chifra o cão, que morde o gato, que o rato, que ...

Aqui está o <u>açougueiro</u>, que mata o boi, que chifra o cão, que morde o gato, que o rato, que rói a calça, que veste o homem, que cuida da planta, que dá o algodão, que produz a a linha, que vai na agulha, que costura a blusa de Gerusa.



A seguir, apresentamos as tarefas referentes à história ponto por ponto-costura pronta. Elas foram trabalhadas com as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no entanto, podem ser desenvolvidas desde o 1° ao 5° anos com algumas adaptações.

TAREFA 1

1) Leia a história Ponto por ponto-costura pronta, de Lúcia Pimentel Góes, e responda:

a) Nessa história, os elementos que são apresentados fizeram ou fazem parte de suas vivências de alguma forma? Fizeram você revisitar suas memórias? Socialize sua impressão sobre os elementos. Conte-nos sua(s) experiência(s).

b) Durante a narrativa, a autora vai apresentando vários elementos que foram se transformando socio-histórico-culturalmente até ser costurada a blusa de Gerusa. Quais são esses elementos?

c) Escolha três elementos da história.

- Qual seria o 10° elemento? Até o décimo elemento, um mesmo elemento apareceria quantas vezes (observe cada um)? Qual é o grupo de repetição/padrão que você criou?

- Escolha letras distintas para representar esses três elementos de modo que lhe seja significativo. Você seria capaz de dizer qual seria o 21° elemento sem desenhar a sequência? Como você descobriu? Escreva explicando sua ideia.

- Desenhe-os de forma simples de modo a representá-los.
Repita os desenhos desses elementos na mesma ordem que desenhou. Você desenhou uma sequência de elementos, certo? Qual seria o 10° elemento?

- Até o décimo elemento, um mesmo elemento apareceria quantas vezes? (Observe cada um). Qual é o grupo de repetição/padrão que você criou?

Agora, escolha letras distintas para representar estes três elementos, de modo que lhe seja significativo. Você seria capaz de dizer qual seria o 21º elemento sem desenhar a sequência? Como você descobriu? Escreva, explicando sua ideia.

d) De acordo com o ano de atuação como professora nos anos iniciais, que ideias, conteúdos matemáticos você exploraria partindo da história? E quanto aos conhecimentos algébricos, o que você exploraria?

e) Tarefa extra para o(a) professor(a):

Que história você levaria aos(as) estudantes para ensinar a eles(as) conhecimentos algébricos como os apresentados? Poderia descrever quais estratégias você proporia, detalhando cada uma delas?

A história traz o resultado de um trabalho da produção humana: as articulações e as práticas sociais e culturais do ser humano no mundo. Nesta perspectiva da história, dá para trabalhar as diversas disciplinas que compõem o currículo dos anos iniciais do EF. Assim, sugerimos explorar:

- gênero textual lengalenga
- a matéria prima, evolução dos meios de produção de tecidos e seus impactos na natureza e na vida
- as vestimentas, nas diversas culturas e o consumismo
- a plantação do algodão, maiores produtores, utilização
- Tecelagem utilizando papelão e linha ou desenho de um croqui (https://www.instagram.com/reel/C6Inz_XOJyj/?igsh=MTJqdWEzMWhmeHQwYQ%3D%3D)
- E em matemática poderá ser trabalhado, além das sequências/padrões/regularidades, contagem, as operações, agrupamento, antecessor e sucessor, múltiplos

CONSIDERAÇÕES

Neste primeiro momento interativo, que ocorreu presencialmente, observamos que as professoras se encontravam muito angustiadas, com muitas demandas exigidas no trabalho pedagógico, e não conseguiam cumprir todas as exigências, o que comprometia o processo de ensino-aprendizagem.

Esse é o retrato de uma sociedade engendrada sob um regime capitalista, em um viés neoliberal, em que a educação não é para todos(as). No Brasil, esse privilégio desponta desde a chegada dos jesuítas, como ressalta Saviani (2011), sendo destinado à elite hegemônica de cada época. Historicamente, a educação, por um lado, perpetua o status quo dessa elite e, por outro, é excludente ao ampliar exponencialmente as desigualdades sociais.

Em uma sociedade com um robusto e sólido projeto neoliberal, ocorreu a imposição de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) com padronização curricular e avaliações censitárias, sem se preocupar com a diversidade cultural e social dos(as) estudantes.

A álgebra se inclui nesse contexto, compondo uma das unidades temáticas da área de Matemática e, como consequência, evidenciou as lacunas na formação inicial dos(as) professores(as) que ensinam Matemática nos anos iniciais do EF. No entanto, até o momento, não se observou nenhum movimento de políticas públicas para proporcionar formação continuada aos(às) professores(as).

Assim, a precarização do trabalho docente se intensifica no controle do trabalho pedagógico, por meio da padronização do currículo imposta pela BNCC, na cobrança por índices elevados em avaliações externas (Saeb) e com as políticas de responsabilização.

Durante as quatro horas em que foi realizado o momento, as professoras queriam ser ouvidas, falavam ao mesmo tempo e estavam eufóricas ao discutir o que as preocupava: as demandas internas e externas impostas a elas relativas às práticas educativas.

As professoras pontuaram a respeito da formação inicial em que salientaram que, nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, foram minímos ou ausentes conteúdos matemáticos.

> Professora P1 : Eu não acho que a gente inicia essa álgebra, eu não sei os professores de 5ºs anos, mas igual nas séries iniciais, no início, não.
> Professora P2: É porque também em nossa formação, a preparação foi bem mínima, né. Eu lembro de ter tido só uma matéria de matemática na faculdade e foi assim pincelado, não prepara o professor pra dá aula de matemática, às vezes a gente trabalha com o básico, mas pra trabalhar assim mais específico, a matemática mesmo fundamentada, pelo menos eu não tive.
> Professora P3: Eu nem tive, porque eu fiz complementação pedagógica, não tive matemática nenhuma.
> Professora P4: Uma memória que eu tenho, que eu lembro, é quando eles estavam nos ensinando a utilizar com o material dourado.
> Professora P5: Eu nem lembro de ter tido.

Diante do exposto, observamos que as professoras, além de não terem formação inicial para trabalhar o conteúdo específico de álgebra, também não tiveram formação continuada. Diante das prescrições impostas pela BNCC, que "[...] reorientam o enfoque das políticas educacionais para dentro das escolas, mais especificamente para o trabalho dos(as) professores(as). Estes passam a ser, em substituição ao Estado, os responsáveis pelo "fracasso" diagnosticado nas avaliações externas censitárias" (Cássio, 2019, p. 33).

SEGUNDO MOMENTO

A tarefa 2 é continuação da história anterior. Também aprensetamos outras tarefas.

TAREFA 2

2) Observe, no varal, as blusas de diversas cores. Verifique as cores que os números ocupam nas blusas de Gerusa.

Considere uma situação em que as blusas repetem as cores em uma sequência: vermelho, verde, azul; vermelho, verde, azul. Diante desse contexto, responda as seguintes questões:

a) O que a sequência de números nas blusas vermelhas tem em comum? Escreva a sequência das blusas vermelhas. O que você descobriu?

b) Entre o 2 e o 13, que sequência de números ocupa as blusas verdes?

c) Escreva a sequências de números das blusas azuis. Como os números estão organizados?

d) Se analisou bem as três questões anteriores, você saberá dizer a cor da blusa que o número 37 ocupará, certo? Como você descobriu?

e) E a cor da camiseta que o número 51 ocupará? Pode dizer como descobriu?

f) Descreva com suas palavras como fazer para descobrir a cor de blusa para qualquer número. Conseguiria apresentar uma lei de formação para sequência formada pelas 3 cores e para a sequência geral?

IDEAIS OU CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER EXPLORADOS:
Padrão/sequências/regularidades, generalização, contagens, relações numéricas, múltiplos e divisores, operações.
Ano de escolaridade: A partir do 1° ano.
Material: Representações da blusa, fichas, tampinhas etc.

CONSIDERAÇÕES

Neste momento interativo, que ocorreu remotamente, a atividade foi resolvida coletivamente, com cada uma contribuindo e dando ideias para a resolução. Na abordagem, buscou-se verificar regularidades/padrões nas sequências, que partem de quantidades específicas para construir generalizações matemáticas, promovendo o desenvolvimento do pensamento funcional.

Direcionamos o objetivo da tarefa para o pensamento funcional, que permite relacionar qualquer termo com a respectiva ordem e fornece imediatamente uma descrição a respeito do modo de conhecer qualquer termo da sequência. Para Radford (2006, p. 9), generalizar um padrão algébrico baseia-se em

> [...] na capacidade de apreender uma semelhança observada em alguns elementos de uma sequência S, sabendo que essa semelhança se aplica a todos os termos de S e sendo capaz de usá-la para fornecer uma expressão direta de qualquer temo de S. [...] A expressão direta dos termos requer a elaboração de uma regra - mais precisamente um esquema.

Van de Walle (2009) considera que os padrões consistem em uma série de passos separados, com cada novo passo relacionado ao anterior de acordo com uma regra.

Os padrões crescentes evidenciam o conceito de função e podem ser usados para essa ideia matemática importante. A construção de uma regra que determine o número de elementos em um passo a partir do número de passos exemplifica uma relação funcional.

O autor salienta que não existe um único melhor método para determinar essa relação entre o elemento e a posição do elemento na sequência. Como afirmam Carraher et al. (2006) e Carraher e Schliemann (2007), as próprias operações aritméticas podem ser concebidas como funções.

Operações de adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser tratadas desde o início como funções. "Uma função é um operador, ou operação" (Carraher, 2006, p. 88). Salientam que o conteúdo existente precisa ser sutilmente transformado para trazer à tona seu caráter algébrico.

O processo de construção das sequências, a busca pelo entendimento das relações cor/posição, a generalização formalizada em linguagem simbólica, a lei de formação e a variável como número generalizado direcionaram as professoras para a busca na compreensão das sequências como função e operação, visualizadas em múltiplas representações.

Nas tarefas desenvolvidas, foram pontuadas várias questões que demonstram conhecimentos aritméticos que devem ser direcionados para o aprofundamento e transformação para o desenvolvimento do pensamento algébrico (aritmética generalizada).

TERCEIRO MOMENTO

Vamos para as próximas tarefas?

Com certeza. Estou bastante animada!

LAVADEIRA

ORIGEM: Canto de trabalho das lavadeiras do Pará e encontrada também em outras regiões do Norte e Nordeste do Brasil.
Comunidades ribeirinhas da região Norte do Brasil - Pará e Amazonas.
Tem-se notícias de que essa música também possui uma versão específica cantada pelas crianças de Minas Gerais.
Provavelmente, a origem dessa brincadeira foi elaborada pelas próprias mulheres lavadeiras, que, nos seus afazeres diários, costumam cantar durante o trabalho doméstico. O ato de lavar as roupas na beira do rio geralmente é realizado em grupo, de forma coletiva.

COMO SE BRINCA: As crianças fazem uma série de gestos e movimentos conforme o enredo e letra que a canção sugere. Os movimentos são característicos do ato de lavar as roupas na beira do rio. Por exemplo, no verso "lava, lava lavadeira" as crianças fazem o gesto de enxaguar a roupa; ou no verso "dobra, dobra, lavadeira", gesticulam o movimento de dobrar a roupa; e assim sucessivamente. Podem realizar na prática com um pequeno tecido, a ação de lavar, enxaguar, torcer, estender etc.

SUGESTÃO DE COMO BRINCAR: https://youtu.be/w734swVN0os?si=9P3tEo2muduX-fIY

TAREFA 3

3) Vamos aproveitar o sol e lavar as blusas da Gerusa? Vamos aprender juntos(as) com a brincadeira cantada lavadeira?

<u>LAVADEIRA</u>

O sol tá nascendo ali (apontar de onde vem o sol).

Eu vi uma velhinha assim (imitar uma velhinha com bengala).

Com uma trouxa deste tamanho (mostrar o tamanho da trouxa com roupas).

E a água baixinho assim (mostre o tamanho da água).

Lava, lava, lavadeira (cante, dance e faça o movimento sugerido na cantiga). Quanto mais lava, mais cheira (2x)

1. Lava 2. Enxagua 3. Torce 4. Passa 5. Dobra 6. Guarda.

(Domínio Popular)

3) Na brincadeira cantada "lavadeira", verifica-se um contexto de desigualdade social e condições materiais de marginalização, de falta de infraestrutura. As lavadeiras, já em idade avançada, não podem descansar. De sol a sol, com carência de água, com as trouxas na cabeça, percorrem distâncias enormes para lavar as roupas.

A tecnologia avança, surge a máquina de lavar roupas, no entanto, não é para todos(as). Entendemos que são questões sociais que não podem estar desvinculadas da Matemática. Você concorda? Agora responda as questões:

a)Qual é o padrão de repetição que você pode identificar na música?

b)Considere sempre lavagem de grupos de repetição completos. Numa sequência de 24 lavagens, quantas vezes a ação de TORCER e DOBRAR seriam realizadas? Como você encontrou a resposta? Escreva-a.

c)Qual ação ocupa a 21ª posição na sequência?

d)Qual será a ação da 36ª sequência? Como você descobriu?

e)Suponha que na sequência houvesse 15 ENXÁGUES. Quantas ações haveria em toda lavagem? Justifique sua resposta.

TAREFA 4

Figura 1-coreto da escola em que realizamos a pesquisa

4) Este é o "coreto" da escola em que as professoras da pesquisa trabalham. Neste espaço, são promovidas apresentações; as crianças são reunidas para informes, dentre outros.

A professora do 4º ano, ao realizar um ensaio em comemoração ao dia da páscoa, orientou que, no dia da apresentação, os(as) estudantes iriam subir por um lado e descer pelo outro lado, como mostrado na figura 1.

Terminado o ensaio, a professora pediu que os(as) estudantes analisassem bem o formato da escada, inclusive a altura.
No outro dia, em sala de aula, propôs o seguinte problema:

Para construir uma escada do modelo do coreto, qual a quantidade de tijolos seria necessária para construir a parede? Os estudantes ficaram pensativos e perguntaram qual deveria ser a altura máxima da escada.

A professora deu a seguinte resposta, que os(as) deixou confusos(as):

- Qualquer uma...

a) Para tentar resolver o problema, a professora sugeriu que fizessem alguns desenhos com algumas alturas de paredes possíveis.

Fonte: Tarefa adaptada de Santos (2020)

b) Concluídos os desenhos, a professora sugeriu o preenchimento da seguinte tabela.

Quantidade de tijolo(s) de altura	Total de tijolo(s)

c) Depois fez alguns questionamentos para que respondessem, sempre justificando a resposta.

- De quantos tijolos, no total, seria necessário se a escada tivesse 5 tijolos de altura? E se fossem 6 tijolos de altura?
- Se a altura fosse equivalente a 20 tijolos, quantos tijolos, no total, seriam necessários?
- E se o(a) professor(a) pedisse aos(as) estudantes que indicassem quantos tijolos de altura teria a escada cuja base tivesse 19 tijolos? E quantos tijolos, no total, precisariam para construir essa escada?
- E para qualquer altura? Se fossem "n" tijolos? Como você explicaria para um pedreiro? Qual seria uma lei de formação?

CONSIDERAÇÕES

Blanton e Kaput (2005, p. 413) definem o pensamento algébrico como "[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso argumentativo e expressam-nas, cada vez mais, de formas formais e apropriadas à sua idade." Assim, cada tarefa deve ser pensada considerando o contexto em que está inserida.

O papel desempenhado pela generalização, partindo de um conjunto específico de dados e que permite chegar a uma regularidade matemática, também deve ser considerado. Por isso, a afirmação de Schliemann et al. (2007, p. 12), de que "[...] a generalização está no coração do pensamento algébrico."

Assim, é fundamental propor tarefas que promovam o pensamento funcional, um dos meios para o desenvolvimento do pensamento algébrico (Blanton; Kaput, 2005). As tarefas devem direcionar para a construção das relações funcionais.

Como afirmam essas autoras, os(as) professores(as) transformam a base de seus conhecimentos aritméticos para oportunizar generalizações matemáticas, mesmo com limitações de recursos e falta de experiência com o ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Assim, as professoras participantes conseguiram formalizar uma lei geral (funções), estabelecendo relações entre os elementos por meio de uma representação de caráter algébrico mais abstrata e generalizada.

QUARTO MOMENTO

EU VOU ANDAR DE TREM

A brincadeira "Eu vou andar de trem" é bastante conhecida. De autoria desconhecida, pode variar o nome para "O Trem". É muito utilizada na organização de filas para o deslocamento em áreas da escola e é bastante prazerosa para as crianças.

A brincadeira consiste em todos formarem uma fila; as crianças seguem caminhando em forma de trenzinho, e o(a) professor(a) vai na frente coordenando os movimentos.

Comece declamando a letra para que as crianças entendam a sequência das ações. Depois, cante algumas vezes para, então, propor a dinâmica da brincadeira. Você pode variar a música de acordo com seu objetivo. Por exemplo: em vez de cantar "dedinho pra cima", pode variar com os(as) estudantes maiores, como "mão direita para cima" e assim por diante.

Formação em caracol - quando falar "parou o trem", todos devem virar-se para o(a) professor(a).

OUTRAS VARIAÇÕES DA BRINCADEIRA:

https://www.facebook.com/watch/?v=2997731870336966

https://www.youtube.com/watch?v=tjIzQ8YOW-A&t=90s

TAREFA 5

5) Você já teve a experiência de "andar de trem"? Sim? Não? Vamos andar de trem?

EU VOU ANDAR DE TREM

Eu vou andar de trem
Você vai também
Só falta comprar passagem
Passagem pro velho trem

Dedinho pra cima
Pezinho pra dentro
Joelhinho dobrado
Cabecinha para o lado
Bundinha pra trás

Parou!
Todos: Parou!
Mãozinha prá frente, mais pra frente
Tchu tchu tchá
Tchu tchu tchá
Tchu tchu tchá
Tchá tchá

(Domínio Popular)

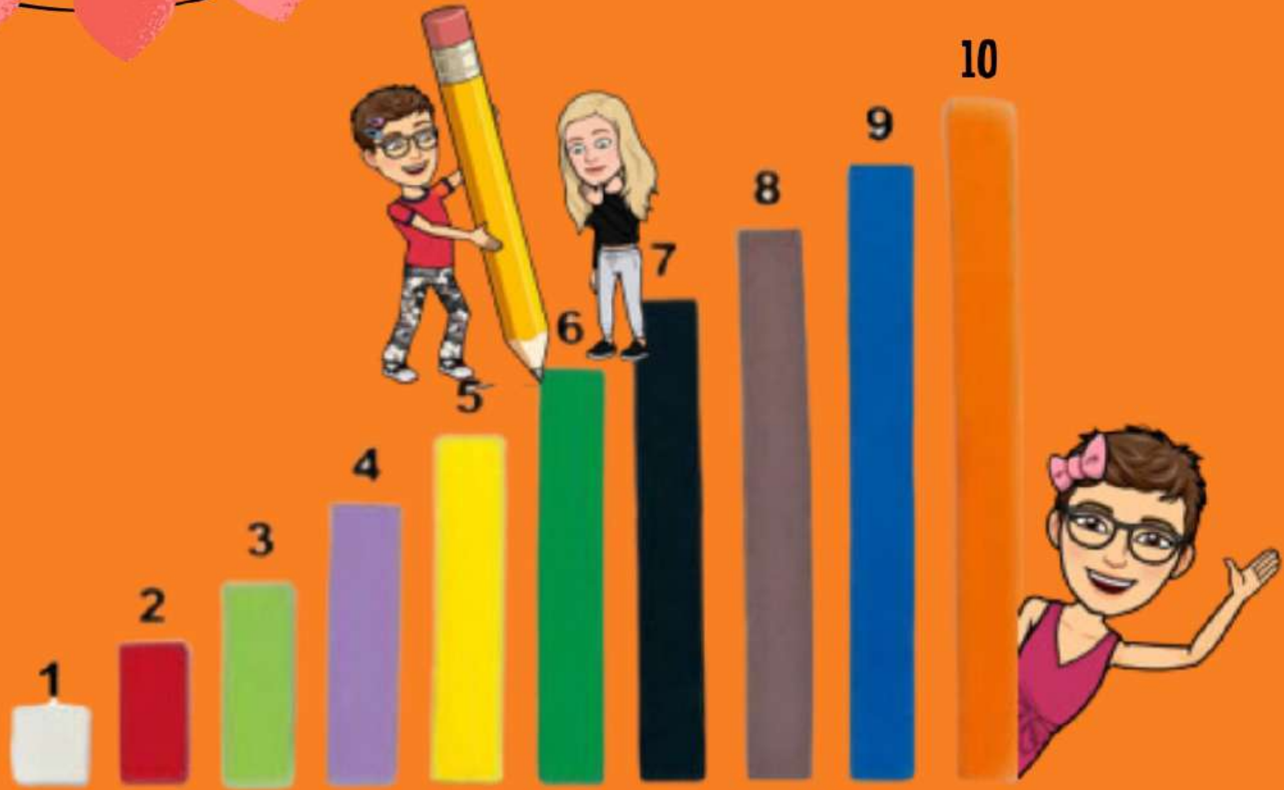
"Eu vou andar de trem você vai também". Para andar de trem, é preciso escolher a cor da estação e comprar a passagem.

Escolhendo a cor da estação, quando não tiver mais trens, a estação é fechada com a mesma cor. Se você quiser viajar comigo, a estação é a cor VERDE.

Não podem perder os horários dos trens, e tem-se opções de escolher trens com vários vagões da mesma cor, com duas ou três cores. E para viajar nestes trens, às seguintes normas deve ser observadas:

- Não pode haver trens maiores que a estação
- Não pode haver trens menores que a estação
- Não pode haver trens repetidos (iguais)
- Quando as possibilidades de trens acabarem, a estação é fechada com a mesma cor da estação
- A estação escolhida é a verde. Quantos trens diferentes passarão por esta estação?

a) Utilizando as barras de Cuisenaire, vamos verificar as possibilidades para a estação verde?



Sei que um vagão AMARELO ligado a outro vagão branco é um trem que passa na estação VERDE. Se AMARELO equivale a 5 e a branca corresponde a 1, então a peça VERDE possui o valor de 6. Logo: 5+1=6+0. Quando não couber mais nenhuma possibilidade de vagão, a estação é fechada.

b) Utilize as barras de Cuisenaire, balança de dois pratos (poderá ser construída com um cabide e dois copos de papel e barbante) como no modelo.

A proposta é realizar várias combinações de equivalência com o equilíbrio na balança e as Barras Cuisenaire. Após relacionarem as cores das peças aos números de 1 a 10, os participantes poderão estabelecer relações de equivalência buscando o equilíbrio das peças na balança.

Essas noções remetem às ideias de equação, pois, de acordo com as alterações realizadas por um dos membros da equação, as mesmas alterações precisam ser realizadas no outro membro. Assim, desenvolvem as noções de equivalência (o mesmo que) fazendo relações entre as peças do Cuisenaire. Devem ser identificadas quais combinações resultaram em equilíbrio da balança e quais combinações resultaram em desequilíbrio da balança.

JOGOS DIGITAIS

Para a compreensão dos significados da igualdade – operacional e de equivalência – pode-se também utilizar jogos digitais online, como Calculadora Quebrada, Jogo da Balança e Jogo de Igualdade Numérica.

Esses jogos são ferramentas adicionais para que os(as) professores(as) consigam captar a atenção e o interesse dos(as) estudantes. Nas palavras de Moran (2007, p. 113), "Os jogos são meios de aprendizagem adequados principalmente para as novas gerações, viciadas neles, para as quais os jogos eletrônicos fazem parte de formas de diversão e do desenvolvimento de habilidades motoras e de decisão [...]".

JOGO CALCULADORA QUEBRADA

Não quebre a cabeça, rache a cuca.

TÍTULO: Calculadora quebrada

Pense rápido para escolher a operação matemática certa e fazer com que a calculadora funcione corretamente.

COMO JOGAR:

- Acesse o endereço eletrônico: https://rachacuca.com.br/jogos/calculadora-quebrada/
- Escolha a operação matemática que faça com que o resultado seja correto. Vamos verificar quem realiza as proposições em menor tempo possível.

JOGO DA BALANÇA

TÍTULO: Jogo da balança

A diversão e a aprendizagem estão garantidas com o jogo da balança o qual consiste em compreender como equilibrar ou desequilibrar a balança. Você vai se apaixonar.

COMO JOGAR:

- Acesse o endereço eletrônico: https://wordwall.net/pt/resource/16510943/6-e-7-ano-jogo-da-balan%C3%A7a
- Analise as possibilidades e marque a resposta correspondente.

Assim, você vai aprender o significado do sinal de igualdade como equivalência. Bom jogo!

JOGO EQUIVALÊNCIA NUMÉRICA

TÍTULO: Jogo da equivalência numérica

Jogo muito divertido que vai ajudar você a entender a igualdade com significado de equivalência.

COMO JOGAR:

- O jogo é composto por uma operação de um lado e do outro da igualdade. Marque a resposta que torne essa igualdade verdadeira.

Acesse o endereço eletrônico:

- https://wordwall.net/pt/resource/13375011/igualdade-matem%C3%A1tica

TAREFA 6

6) O sinal de igualdade é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na álgebra e em toda matemática ao usar números e operações. É importante trabalhar todos os significados presentes nesse conceito. Podemos verificar diferenças quanto aos significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade. Resolva as sentenças a seguir:

( )3 + 4 = ☐	( ) 534+ 175 = 174 + ☐	( ) 5/10 = 1/☐
( )8 – 5 = ☐	( ) 12 – 4 = 13 – ☐	( ) 7 ☐ – 3 = 5 x 2 + 1
( )15/3 = ☐	( )☐ – 6 = 15 – 7	( ) 6 + 0 = ☐ + 0
( )2 x 8 = ☐	( ) 17 – ☐ = 18 – 8	( ) 1 + 4 + 3 = 1 + 2 + 2 + ☐

a) Agora, vamos fazer dois grupos e discutir as questões. Você observou diferenças nos usos que se fez do sinal de igualdade nas sentenças? Conseguiria classificar as sentenças quanto ao uso do sinal de igualdade como:

(1) noção operacional.

(2) noção de equivalência.

TAREFA 7

7) Imagino que todas conhecem um jogo de baralho. Este jogo, tem como temática personagens de histórias infanto-juvenis. Observe as cartas do baralho dispostas na sequência a seguir e responda:

a) Qual é o grupo de cartas que se repete?

b) Observe as cartas do baralho e complete a tabela:

c) Que regularidades você observou para preencher a tabela?

Nº de grupo(s)	Nº de cartas de Às de paus (bruxas)	Nº de cartas de 2 de copas (Alice)	Nº de cartas 3 de espadas (Pequeno Príncipe)	Nº total de cartas
1	2	1		4
2	4	2	2	
3				12
10				
			40	
		25		
90				

Expressões	V	F	Justificativa
A + A = 2A			
A = 1A = 0 + A = A			
0 x A = A			
2♥ + 3♥ = 1♥ + 1♥ + 3♥ = (5♥ - 2♥) + 1♥			
2♥ + 1= 5 ♥			
2 ♣ + 1 = 3♣			
1 + 2 ♣ = 3			
2♣ + 1 = 1 + 2♣			
1 + 2♣ = 5			
1 x 5♥ = 5			
1 x 5♥ = 5♥			
0 + 2♥ = ♥ + ♥ = 2♥			
5♠ + 7 ♠ = 18			
5♠ + 7♠ = 12♠			
7♠ - 5♠ = 7♠			
7♠ - 5♠ = 4			

Vamos utilizar um baralho e construir outras sequências com novos desafios?

CONSIDERAÇÕES

Com os eslaides, jogos on-line e tarefas propostas no formulário, o objetivo foi direcionar a atenção para os significados em relação ao sinal de igualdade. Van de Walle (2009, p. 288) salienta que o sinal de igualdade "[...] é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na álgebra e em toda a matemática ao usar números e operações" e que é um símbolo mal compreendido.

Ponte, Branco e Matos (2009) apresentam três significados que o sinal de igualdade pode assumir: o primeiro envolve a noção operacional; o segundo está relacionado à noção de equivalência; e o terceiro destina-se ao entendimento da noção relacional. Apontam que o significado operacional atribuído ao sinal de igualdade surge em contextos aritméticos. Armar e efetuar são atividades que efetivam o significado operacional do sinal de igualdade.

O segundo significado associado ao sinal de igualdade envolve a noção de equivalência, quando indica "o mesmo que". O que está de um lado da igualdade é o mesmo que está do outro. Ou seja, "[...] uma equivalência entre dois objetos, que podem ser números ou expressões numéricas". O terceiro significado em relação ao sinal de igualdade foca seu caráter relacional, que envolve a compreensão de relações numéricas ou algébricas entre os dois lados do sinal de igualdade, em vez de simplesmente efetivar cálculos.

Assim, propor atividades que explorem essas possibilidades é primordial para desenvolver esse pensamento que perpassa todas as áreas do conhecimento.

QUINTO MOMENTO

O SAPO BOCARRÃO

TÍTULO: O sapo bocarão

AUTOR: Keith Faulkner

ILUSTRADOR: Jonathan Lambert

EDITORA: Companinha das letrinhas

IDADE SUGERIDA: 2-4 anos

Nº PÁGINAS: 12

SINOPSE

O sapo Bocarrão é um divertido animal que tem uma boca enorme, é muito guloso e vive perguntando aos outros bichos o que eles gostam de comer. Gordão, verdíssimo e de olhos arregalados, ele pula de página em página comendo moscas e jogando conversa fora até o momento em que encontra o terrível crocodilo com seus dentes brancos e pontudos - e aí tem que tomar uma atitude radical. De produção esmerada, este livro tem dobraduras-surpresa em todas as páginas, brincadeiras gráficas e cores vibrantes, bem como letras graúdas para facilitar a leitura das crianças recém-alfabetizadas.

TAREFA 8

O SAPO BOCARRÃO

(Adaptada pela autora de Keith Faulkner)

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! - disse o sapo Bocarrão espichando a língua comprida e grudenta.

E lá se foi o sapo dando seus pulinhos. Seu objetivo era chegar na lagoa, onde tinha uma casa. O ponto de partida foi uma árvore bem verdinha e frondosa.

De repente ele deu de cara com uma borboleta.

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! - Disse o sapo Bocarrão.

- E você, linda borboleta, come o quê?

- Como folhas de urtigas, pequenas lagartas, néctar de flores... - respondeu ela, batendo as asas num piscar de olhos.

O sapo Bocarrão estava pegando moscas quando apareceu um enorme crocodilo verde.

- Eu sou o sapo Bocarrão e como moscas! - disse o sapo Bocarrão.

- E você, crocodilo, come o quê?

- Como sapos gostosos de boca bem grande - respondeu o crocodilo, mostrando os dentes brancos pontudos.

O sapo Bocarrão parou de pegar moscas e arregalou os olhos. Depois fez biquinho e encolheu a boca o mais que pôde.

- Ahhh! Uma coisa tão difícil de encontrar, não é mesmo? - disse ele, e pulou no lago fazendo Splash!

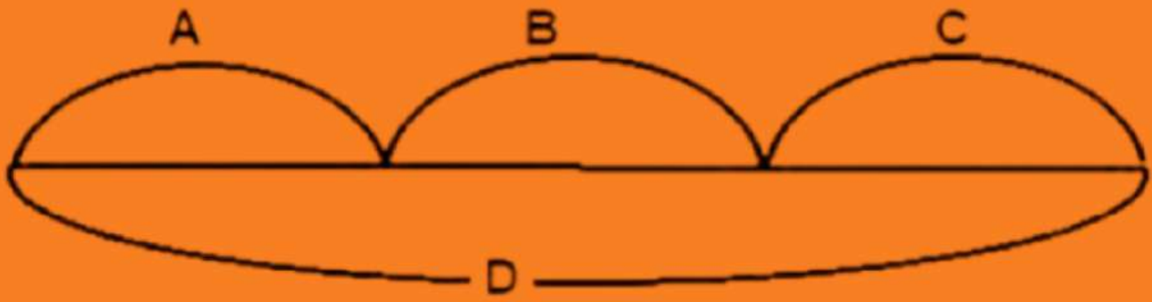
O sapo, dando pulinhos, percorreu um caminho até chegar ao lago, onde mergulhou com medo do crocodilo. Os Diagramas (1 e 2) seguintes representam a situação. Após analisá-los, responda.

Diagrama 1

A: pulo do sapo da árvore até a borboleta B: pulo do sapo da borboleta até o crocodilo

C: pulo do sapo do crocodilo até o lago D: distância da árvore até o lago.

Diagrama 2



a) Você concorda com esses esquemas? Ou você faria diferente? Justifique.

b) De acordo com os dados apresentados e as relações constituídas, assinale (V) para verdadeiro e (F) para falso, justificando as respostas.

Relações	V	F	Justificativa
A + B = D + C			
D = A + B + C			
A + B = B + C			
(A + B) + C = A + (B + C)			
D − C = A + B			

c) Substitua as expressões algébricas por valores numéricos. É possível? (as propriedades servem para todas as operações?

TAREFA 9

9)Observe o quadro a seguir. O desafio é encontrar sequências numéricas. Explore sequências na vertical, diagonal, horizontal não apenas para encontrar o padrão, mas também fazer generalizações. Vamos nos aventurar?

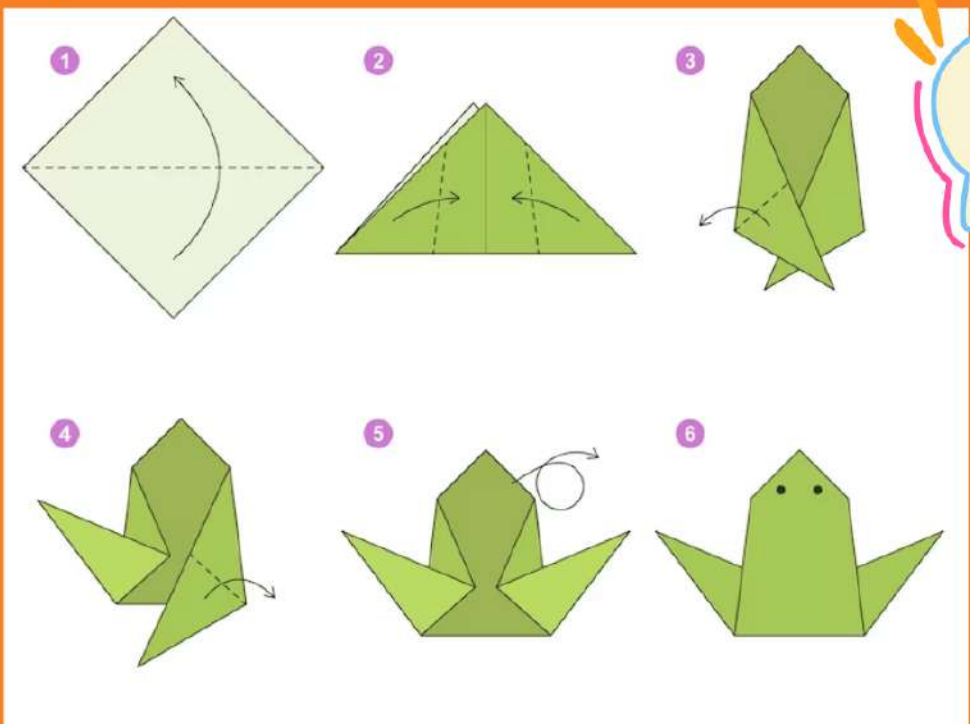
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60

Explorem sequências na vertical, diagonal, horizontal, ...

imagine o calendário. O que poderia ser trabalhado?

A história inicia falando sobre o sapo e sua relação com as moscas. Em sala de aula, o(a) professor(a) pode explorar a classificação, as características, o habitat do sapo, a cadeia alimentar e sua importância, além da compreensão de seus componentes (produtores, consumidores e decompositores).

Pode-se também realizar a modelagem/dobradura do sapo, música com a temática e brincadeiras de imitação desse animal, com contagem de um em um, dois em dois e muitas outras possibilidades, como tabelas ou gráficos dos pulinhos, contando quantos pulos foram dados de um em um, de dois em dois, entre outras atividades que envolvam conceitos de números pares e ímpares.



modelagem de sapo. Veja os pontilhados.

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-premium/modelo-de-movimento-tutorial-de-esquema-de-origami-de-sapo-origami-para-criancas-passo-a-passo

CONSIDERAÇÕES

Neste momento, exploramos as estruturas matemáticas das operações, visando a compreensão do pensamento algébrico ao abordarmos a generalidade matemática, ou seja, em vez das particularidades dos números.

Nesta abordagem, o nível de abstração é muito maior, pois há ausência de quantificação, visando promover relações gerais sobre as propriedades transitiva, associativa e comutativa. As indeterminações são tratadas como se fossem conhecidas.

Entendemos que essas abordagens são necessárias, sem, no entanto, haver uma supervalorização da linguagem algébrica, pois, caso ocorra, estaremos negando a forma do pensamento e seu papel na construção da aprendizagem de conceitos desde a mais tenra idade (Ciríaco, 2020, p. 7).

Nesse sentido, a proposta da tarefa de explorar sequências numéricas no quadro da atividade cinco valoriza todos os tipos de raciocínio.

O autor alerta que algebrizar a aritmética não pressupõe operar somente com sua linguagem específica, mas que deve oportunizar outras formas de representação, como, por exemplo, o pictórico.

Esclarece que a Educação Matemática nos anos iniciais do EF se torna ponto de partida e chegada da formação de professores(as), pois há a necessidade de reflexão constante desses(as) profissionais em relação ao ensino-aprendizagem.

Oferecer, portanto, abordagens diversificadas contribui para que tanto o professor(a) quanto o estudante construam uma cultura de pensadores(as) críticos(as) e conscientes da necessidade de continuar girando a roda do conhecimento.

TAREFAS BÔNUS

TAREFA 1

1) Hoje, a professora trouxe palitos de fósforo para realizarmos uma atividade. Ela desenhou no quadro uma sequência de triângulos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

Fonte: Adaptado de Nacarato; Custódio (2018)

Pediu para que os(as) estudantes construíssem as figuras utilizando os palitos de fósforo e respondessem as seguintes questões:

a) Como você pode observar, nessa sequência há um padrão. Conte a respeito do que descobriu.

b) Qual seria a próxima figura da sequência? Explique como você descobriu.

c) De que forma ficaria a 12ª figura? Explique como você chegou a esta conclusão.

d) De que forma ficaria a 31ª figura? Explique como você chegou a esta conclusão.

e) Se fosse uma posição qualquer, como poderíamos descobrir? Explique seu raciocínio.

TAREFA 2

2) Francisca é professora do 5º ano em uma escola pública de Senador Canedo. Em uma tarefa, propôs que os(as) estudantes formassem grupos de cinco componentes. Em seguida, distribuiu 25 tampinhas de garrafa PET para cada grupo e pediu que construíssem uma sequência. Observou que dois grupos apresentavam, respectivamente, como estavam dispostas as tampinhas em sequência, as seguintes leis de formação: $(2n)$ e $(2m+1)$. De acordo com o contexto apresentado, responda:

a) Utilize tampinhas ou desenhe possibilidades de como as tampinhas estavam dispostas nos dois grupos. Como ficaram as expressões numéricas? O que você percebeu?

b) Faça uma tabela para cada grupo, colocando possíveis possibilidades de como estavam dispostas as tampinhas.

c) Escreva a sequência numérica para os dois grupos. O que você pode dizer sobre essa sequência?

d) Construa os gráficos que representem cada grupo.

Legais essas tarefas, não é mesmo? Levam-nos a pensar bastante e podemos utilizar de várias estratégias para resolvê-las.

TAREFA 3

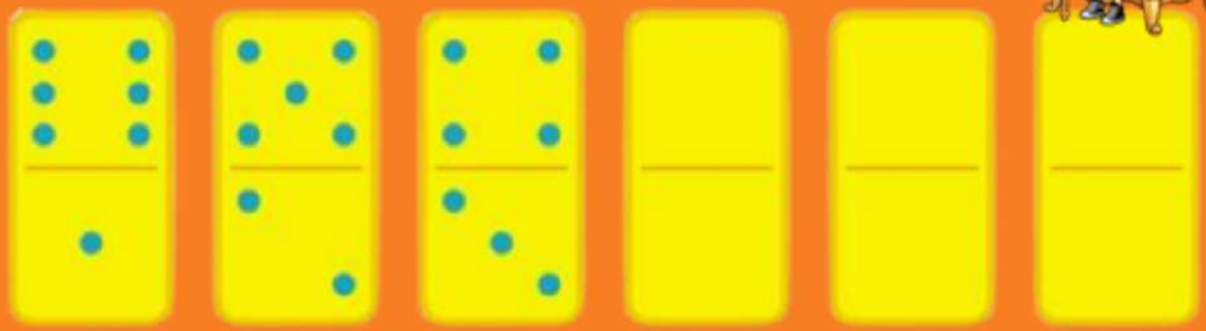
3) Observe as seguintes sequências numéricas crescentes. Complete os termos das sequências que estão faltando e explique como você descobriu.

a) (3, 6, 9, 12, ________, ________, ________,...)

b) (1, 5, 10, 15, 20, _______, ________, ________,...)

c) (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ______, ______, _______, ...)

d) Observe as peças de dominó. Em seguida, desenhe as bolinhas de acordo com a sequência observada. Escreva como você pensou. Você percebeu alguma(s) regularidade(s) na sequência? Qual(is)?



e) Foi proposto a estudantes de 5° ano que continuassem uma sequência contendo dois primeiros elementos (4,8,...). Explique o padrão que os(as) estudantes utilizaram nas seguintes sequências.

- (4, 8, 12, 16, 20, 24, 26, ...)
- (4, 8, 12, 16, 20, 24, 26, ...)
- (4, 8, 12, 18, 24, 30, 36, ...)
- (4, 8, 13, 19, 28, 32, 41, ...)
- (4, 8, 12, 24, 48, 96, 192, ...)
- (4, 8, 24, 88, 344, 1.368, ...)

TAREFA 4

4) Marta, após uma cirurgia, está reaprendendo a andar com a ajuda de sua irmã. Na primeira semana, Marta conseguiu dar 5 passos. Na segunda semana, deu 12 passos. Na terceira e na quarta deu, respectivamente, 19 e 26 passos. Se Marta continuar a andar de acordo com este padrão, quantos passos dará na sexta semana? E em que semana é que Marta dará 40 passos?

(Fonte: Vale et al., p. 30, 2011)

TAREFA 5

Na contemporaneidade, o capitalismo, em viés neoliberal, avança cada vez mais e exponencia a precarização do trabalho, na qual os(as) trabalhadores(as) são submetidos(as) a uma jornada de trabalho exaustiva, baixa remuneração e à retirada cada vez mais frequente de direitos conquistados historicamente. Neste contexto de uberização do trabalho, apresentam-se duas categorias com situações diferentes de trabalho.

Prestação de serviço: TÁXI	Prestação de serviço: UBER
Um táxi cobra R$ 5,00 fixos mais R$ 5,00 por quilômetro (km) percorrido.	Um Uber cobra R$ 3,00 por quilometro percorrido.

a) Considerando uma pessoa que utiliza estes serviços e de acordo com estas informações, complete a tabela.

TÁXI		UBER	
km percorrido	Valor pago (R$)	Km percorrido	Valor pago (R$)
5 km		5 km	
10 km		10 km	
15 km		15 km	
20 km		20 km	
25 km		25 km	

b) Considerando os dois serviços, qual o total em reais que uma pessoa pagará em um percurso de 30 km? Como você descobriu? Para cada caso, justifique sua resposta.

TÁXI	UBER
Valor pago (R$)	Valor pago (R$)
Justificativa	Justificativa

b) Considerando os dois serviços, qual é o total em reais que uma pessoa pagará em um percurso de 30 km? Como você descobriu? Para cada caso, justifique sua resposta.

c) Para um trajeto de tt (táxi) quilômetros, quanto a pessoa pagaria no total? Apresente uma lei de formação, explicando como você chegou a esta lei de formação.

d) Para um trajeto de uu (uber) quilômetros, quanto a pessoa pagaria no total? Apresente uma lei de formação e explique como você chegou a esta lei de formação.

e) Do ponto de vista da classe trabalhadora, qual trabalho é mais precarizado? Quais pontos você está considerando? Justifique.

f) Na condição de usuário(a), qual serviço é mais vantajoso de se utilizar? Quais pontos você está considerando? Justifique.

g) Com os dados da tabela, construa os gráficos do táxi (km, R$) e do Uber (km, R$).

TAREFA 6

6) O homem que calculava.

O PROBLEMA DOS 21 VASOS

Ouvimos Beremiz discorrer sobre as formas geométricas.
Encontramos o xeque Salém Nasair
entre os criadores de ovelha.
Bereniz resolve o problema dos 21 vasos e
mais outro que causa assombro aos mercadores.
Como se explica o desaparecimento de um
dinar numa conta de trinta dinares?
Beremiz chega na hospedaria Sete Penas.
Lá encontra o xeique Salim Nasair, que
lhe apresentou o seguinte problema: dividir entre 3 amigos, criadores de carneiros, um pagamento de um lote desses animais em uma partida de vinho composta de 21 vasos, sendo 7 cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Como dividir os 21 vasos de modo que cada um receba o mesmo número de vãos e a mesma porção de vinho?

Dado: Que se deve repartir o vinho sem abrir os vasos para conservá-los.

Fonte: Tahan (2013).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos que as tarefas propostas neste e-book, algumas inéditas e outras retiradas de autores(as) que buscam alavancar o ensino-aprendizagem na área de Matemática, sejam um material útil para os(as) professores(as) ou futuros(as) professores(as) que procuram se aprofundar no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Sabemos que todo material abre portas para inspiração e construção de outros, partindo da realidade e das condições de trabalho e pedagógicas de cada profissional em seu contexto de atuação.

Esperamos que seja um indicativo para iniciar uma jornada rumo ao desenvolvimento do pensamento algébrico, pois entendemos que as discussões no Brasil em relação a essa temática nos anos iniciais são relativamente recentes. Assim, o caminhar está apenas no início. Acreditamos que muitas pesquisas ainda surgirão e que este material possa contribuir efetivamente com esses(as) profissionais que ensinam Matemática nos anos iniciais do EF.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Secretaria de Educação Básica: Brasília. SEB/MEC. 2018.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, nov. 2005.

CÁSSIO, F. Existe vida fora da BNCC? In: CÁSSIO, F.; CASTELLI JR., R. (Org.). **Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC**. São Paulo: Ação Educativa, 2019. Existe vida fora da BNCC? p. 13-39.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. In:LESTER, F. (Org.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** Greenwich: Information Age Publishing, 2007, p. 669–705.

CIRÍACO, K. T. Para além da aritmética: por uma inclusão do pensamento algébrico no currículo dos primeiros anos. **Pesq. Prát. Educ.**, v. 1, p. 1-11, 2020.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GÓES, L. P. **Ponto por ponto, costura pronta**. São Paulo: Evoluir, 2003.

JÁCOMO, G. **Poesia viva 2022**: antologia poética. Americana, SP: Ed. dos Autores, 2022.

MARTINEZ, M.L.S *et al.* **Escala Cuisenaire Construindo conceitos matemáticos.** Universidade Federal de Pelotas – UFPEL. Faculdade de Educação – FAE Programa de Pós-Graduação de Educação – PPGE . https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/12/Escala-Cuisinaire.pdf

MORAN, J. M. **A educação que desejamos:** novos desafios de como chegar lá. Campinas, SP: Papirus, 2007.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais In: NACARATO, A. M,; CUSTÓDIO, I. A. (Org). **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará). Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 14-24.

PASSOS, C.L.B.; NACARATO, A. M. A trajetória e perspectivas para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Estudos avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PONTE, J.; BRANCO, N.; Matos, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2009.

JÁCOMO, G. **Poesia viva 2022**: antologia poética. Americana, SP: Ed. dos Autores, 2022.

MARTINEZ, M.L.S *et al.* **Escala Cuisenaire Construindo conceitos matemáticos.** Universidade Federal de Pelotas – UFPEL. Faculdade de Educação – FAE Programa de Pós-Graduação de Educação – PPGE . https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/12/Escala-Cuisinaire.pdf

MORAN, J. M. **A educação que desejamos:** novos desafios de como chegar lá. Campinas, SP: Papirus, 2007.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais In: NACARATO, A. M,; CUSTÓDIO, I. A. (Org). **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará). Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 14-24.

PASSOS, C.L.B.; NACARATO, A. M. A trajetória e perspectivas para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Estudos avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

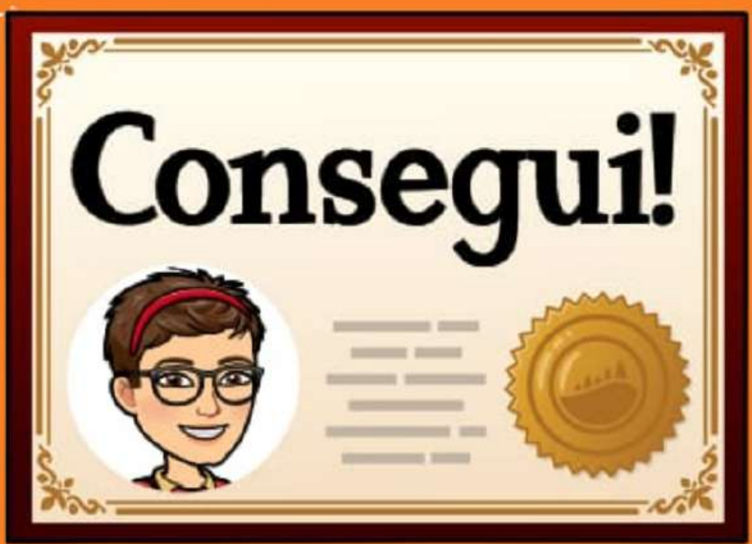
PONTE, J.; BRANCO, N.; Matos, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2009.

SANTOS, F. C. F. **Desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais em atividade de ensino**: o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos. / Fernanda Cristina Ferreira Santos. Guarulhos, 2020

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. **Bringing out the algebraic character ofarithmetic**. From children'sideas to classroompractice. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2007

TAHAN, M. O **Homem que calcula**va. Rio de Janeiro. Record, 2010.

VALE, I. *et al*. **Padrões no ensino e aprendizagem da matemática** – propostas curriculares para o ensino básico. Viana do Castelo: ESEVC-Projecto Padrões, 2011.



INSTITUTO FEDERAL Goiás Câmpus Jataí

SOBRE AS AUTORAS

Graduada em Pedagogia pela Faculdade Alfredo Nasser-UNIFAN. Especialização em Educação Matemática - UFG. Trabalhou com Ensino Fundamental na disciplina de Matemática. Atualmente, é professora na Emei Professora Antônia Alves de Moraes em Senador Canedo, Goiás. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Infantil e Matemática do Ensino Fundamental. Integrante do GEMAIS.

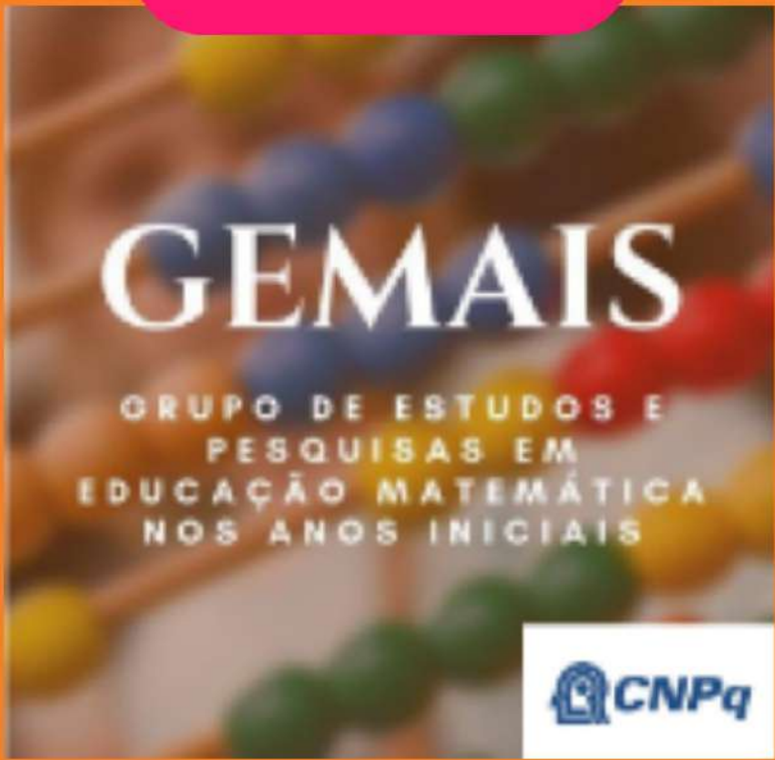
Mestranda: Maria Neide Filha

Doutora em Ciências: Educação e Saúde na Infância e Adolescência, pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Doutorado Sanduíche na Université de Limoges - França. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Atualmente, é professora na Universidade Federal de Jatai (UFJ), no curso de Pedagogia, área de Educação Matemática. Líder do GEMAIS.

Orientadora: Viviane Barros Maciel

INSTITUTO FEDERAL
Goiás
Câmpus Jataí

GEMAIS



O Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos Anos Iniciais (GEMAIS/CNPq) é um grupo de direcionado a investigação de ensino e aprendizagem em relação a Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Foi criado no ano de 2021, tendo como direcionamento teórico-metodológico os pressupostos do trabalho colaborativo e reflexivo das participantes na proposição de discussões e produção dessa temática.